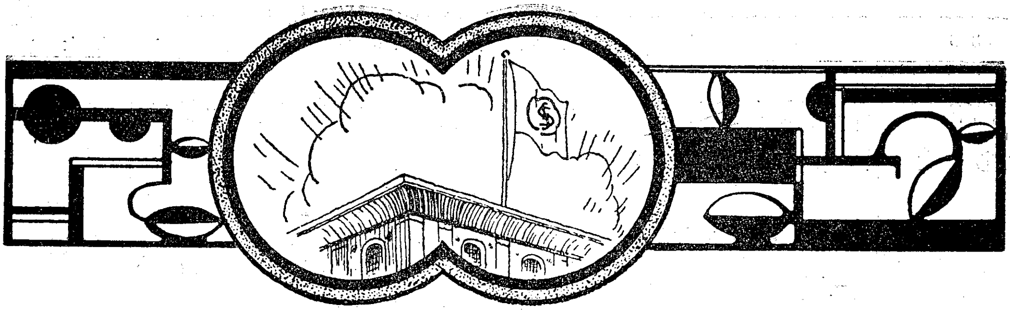


多相交流による廻轉磁界の基本式に就て

佐藤　勇吉

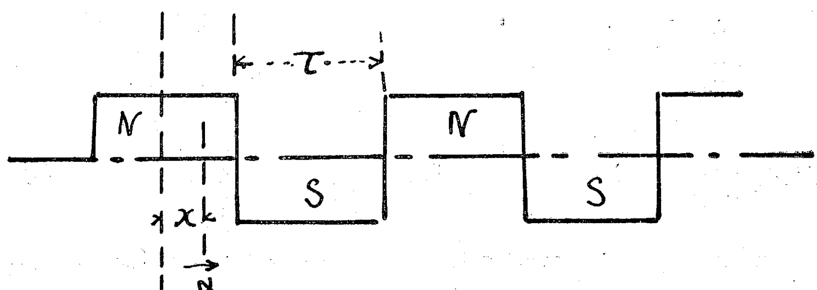
(Fusi Denki Seizo K.K)

緒　　言

(A)に於ては誘導機に於ける如き多相捲線に對稱多相交流を通じて生ずる廻轉磁界の一般基本式を求め最後に簡單な一例を擧げてゐる。

(B)に於ては三相非對稱交流による磁界の一般基本式を對稱坐標法によつて求めてゐる。

【A】 毎極毎相に一個の溝數を有する多相電機に於て各相捲線の各相電流に依つて生ずる磁束



第一圖

は一般に第一圖に示す樣な殆ど正負對稱な矩形波狀をなす、今各相捲線に依つて生ずる矩形波磁束を夫々 $M_{I}, M_{II}, M_{III}, M_{IV}, \cdots\cdots M_{q}$ とす。

M_{I} を Fourier's function に展開すれば次の如くなる。

$$M_{I}=\frac{4}{\pi}m_{1}\Big\{\cos\alpha_{\circ}-\frac{1}{3}\cos 3\alpha_{\circ}+\frac{1}{5}\cos 5\alpha_{\circ}-\frac{1}{7}\cos 7\alpha_{\circ}$$
$$+\cdots\cdots+(-1)^{\frac{m-1}{2}}\frac{1}{m}\cos m\alpha_{\circ}+\cdots\cdots\infty\Big\}\cdots\cdots(1)$$

$\alpha_{\circ}$ は Stator に關する磁束波の initial space position angle を示し $\frac{x}{\tau}$ の如き形を有してゐる、x, τ, 等は第一圖に於て明かなり。

m_{1} は展開式の基本波の最高値を示す。

以下廻轉觀念を明瞭にするため Exponental function を使用し Vector 式に計算を進める、即ち θ を1般の phase angle とせは

$$\begin{cases}\varepsilon^{j\theta}=\cos\theta+j\sin\theta\\ \varepsilon^{-j\theta}=\cos\theta-j\sin\theta\end{cases}\qquad\therefore\begin{Bmatrix}\cos\theta=\dfrac{\varepsilon^{j\theta}+\varepsilon^{-j\theta}}{2}\\ \sin\theta\ \ j\,\dfrac{\varepsilon^{-j\theta}-\varepsilon^{j\theta}}{2}\end{Bmatrix}\cdots\cdots\cdots(\mathrm{A})$$

故に式(I)は次の如く變形される

$$\mathrm{M_I}=\frac{4}{\pi}m_{\mathrm{I}}\left\{\frac{\varepsilon^{j\alpha_o}+\varepsilon^{-j\alpha_o}}{2}-\frac{1}{3}\frac{\varepsilon^{j3\alpha_o}+\varepsilon^{-j3\alpha_o}}{2}+\cdots\cdots\right.$$
$$\left.+(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{1}{m}\frac{\varepsilon^{jm\alpha_o}+\varepsilon^{-jm\alpha_o}}{2}+\cdots\cdots\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

次に毎極毎相の Conductor の數を n 個とし $\mathrm{M}_{\mathrm{I}a}$ を此の場合の第一相捲線に依つて作られる磁束とし (q) を相數とせば $\mathrm{M}_{\mathrm{I}a}$ は次の如くなることは容易に知らる。

$$\mathrm{M}_{\mathrm{I}a}=\frac{4}{\pi}m_1\frac{n}{2}\left\{\varepsilon^{j\alpha_o}f_{\omega1}-\frac{1}{3}f_{\omega1}\varepsilon^{j3\alpha_o}+\frac{1}{5}f_{\omega5}\varepsilon^{j5\alpha_o}+\frac{(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}}{m}f_{\omega m}\varepsilon^{jm\alpha_o}+\cdots\infty\right.$$
$$\left.+f_{\omega1}\varepsilon^{-j\alpha_o}-\frac{1}{3}f_{\omega3}\varepsilon^{-j3\alpha_o}+\frac{1}{5}f_{\omega5}\varepsilon^{-j5\alpha_o}\cdots\cdots+\frac{(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}}{m}f_{\omega m}\varepsilon^{-jm\alpha_o}+\cdots\infty\right\}(3)$$

此處に $f_{\omega}1, f_{\omega}3, f_{\omega}5,\cdots\cdots f_{\omega m}$ 等は夫々磁束の各高調波の捲線係數(Winding factor)とす同様にして第二相の捲線に依つて生ずる磁束を $\mathrm{M}_{\mathrm{II}a}$ とし m_2 をその基本波の最高値とし(a)を各相間の相差とせば

$$\mathrm{M}_{\mathrm{II}a}=\frac{4}{\pi}m_2\frac{n}{2}\left\{\varepsilon^{j(\alpha_o-\alpha)}f_{\omega1}-\frac{1}{3}f_{\omega3}\varepsilon^{j3(\alpha_o-\alpha)}+\cdots+\frac{(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}}{m}f_{\omega m}\varepsilon^{+jm(\alpha_o-\alpha)}+\cdots\infty\right.$$
$$\left.+f_{\omega1}\varepsilon^{-j(\alpha_o-\alpha)}-\frac{1}{3}f_{\omega3}\varepsilon^{-j3(\alpha_o-\alpha)}+\cdots+\frac{(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}}{m}f_{\omega m}\varepsilon^{-jm(\alpha_o-\alpha)}+\cdots\infty\right\}\cdots(4)$$

同様にして第三相、第四相等の捲線に依る磁束も求められる、最後に第(q)相目の捲線に依る磁束を M_{qa} としその基本波の最高値を m_q とせば

$$\mathrm{M}_{qa}=\frac{4}{\pi}m_q\frac{n}{2}\left\{f_{\omega1}\varepsilon^{j(\alpha_o-\overline{q-1}\alpha)}-\frac{1}{3}f_{\omega3}\varepsilon^{j3(\alpha_o-\overline{q-1}\alpha)}+\cdots+\frac{1}{m}f_{\omega m}\varepsilon^{jm(\alpha_o-\overline{q-1}\alpha)}+\cdots\infty\right.$$
$$\left.+f_{\omega1}\varepsilon^{-j(\alpha_o-\overline{q-1}\alpha)}-\frac{1}{3}f_{\omega3}\varepsilon^{-j3(\alpha_o-\overline{q-1})}+\cdots\cdots\frac{1}{m}f_{\omega m}\varepsilon^{-jm(\alpha_o-\overline{q-1}\alpha)}+\cdots\infty\right\}\cdots(5)$$

然るに勵磁された磁束の基本波の最高値 $m_1, m_2, m_3, m_4,\cdots\cdots m_q$ 等は一定ならずして絕えず勵磁電流に應じて變化する、今勵磁電流が總ての高調波を含んだ場合を考へ m_1 を次の如く表はす。

$$m_1=\mathrm{M}_1\sin(\omega t-\alpha_1)+\mathrm{M}_2\sin2(\omega t-\alpha_2)+\cdots\cdots+\mathrm{M}_\mu\sin\mu(\omega t-\alpha_\mu)+\cdots\cdots\infty$$

前の(A)式の關係を適用すると次の如く變形される。

$$m_1 = \mathrm{M}_1 \frac{j}{2}\left(\varepsilon^{-j(\omega t-\alpha_1)} - \varepsilon^{j(\prime\prime)}\right) + \mathrm{M}_2 \frac{j}{2}\left(\varepsilon^{-j2(\omega t-\alpha_2)} - \varepsilon^{j2(\prime\prime)}\right) + \cdots\cdots$$

$$+\mathrm{M}_\mu \frac{j}{2}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-\alpha_\mu)} - \varepsilon^{j\mu(\prime\prime)}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

此處に ω は勵磁電流の基本波の angular velocity にして $2\pi f$ に等しく t は時間を示す。

$\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2 \cdots \mathrm{M}_\mu$ 等は各高調波に依つて生ずる磁束の夫々の最大値を示し次の如く表はされる。

$\mathrm{M}_1 = \mathrm{K\,I_I\,N_1}$　$\mathrm{M}_2 = \mathrm{K\,N\,I_2}, \cdots\cdots \mathrm{M}_\mu = \mathrm{K\,N\,I}_\mu \cdots\cdots$

N は turn 數で $\mathrm{I_1, I_2, I_3}, \cdots\cdots \mathrm{I}_\mu$ 等は各高調波電流の最高値を示し

K は短間隔捲 (short pitch factor) 等を考慮した Constant とす

$\alpha_1\ \alpha_2 \cdots \alpha_\mu$ 等は各高調波に於ける個有の相角 (phase angle) とす

同樣にして $m_2, m_3, \cdots\cdots m_q$ 等は次の如く表はされる。

$$m_2 = \frac{j}{2}\Big\{\mathrm{M}_1\left(\varepsilon^{-j(\omega t-\alpha_1-\alpha)} - \varepsilon^{j(\omega t-\alpha_1-\alpha)}\right) + \mathrm{M}_2\left(\varepsilon^{-j2(\omega t-\alpha_2-\alpha)} - \varepsilon^{j2(\prime\prime)}\right)$$

$$+\cdots\cdots+\mathrm{M}_\mu\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-\alpha_\mu-\alpha)} - \varepsilon^{j\mu(\omega t-\alpha_\mu-\alpha)}\right) + \cdots\cdots\infty\Big\} \cdots\cdots (7)$$

$m_3 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

$$m_q = \frac{j}{2}\Big\{\mathrm{M}_1\left(\varepsilon^{-j(\omega t-\alpha_1-\overline{q-1}\alpha)} - \varepsilon^{j(\prime\prime)}\right) + \mathrm{M}_2\left(\varepsilon^{-j2(\omega t-\alpha_2-\overline{q-1}\alpha)} - \varepsilon^{j2(\prime\prime)}\right)$$

$$+\cdots\cdots+\mathrm{M}_\mu\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-\alpha_2-\overline{q-1}\alpha)} - \varepsilon^{j\mu(\prime\prime)}\right) + \cdots\cdots+\infty\Big\} \cdots\cdots (8)$$

扨 M_Φ を全相による合成磁束とせば

$\mathrm{M}_\Phi = \mathrm{M}_{\mathrm{I}a} + \mathrm{M}_{\mathrm{II}a} + \mathrm{M}_{\mathrm{III}a} + \cdots\cdots\cdots\cdots + \mathrm{M}_{qa}$

故に之等 $\mathrm{M}_{\mathrm{I}a}, \mathrm{M}_{\mathrm{II}a}, \cdots\cdots \mathrm{M}_{qa}$ 等に對して式 (3), (4), (5), 等に示す値を代入し且夫々の m_1, $m_2, m_3, \cdots\cdots m_q$ 等に對しては (6), (7), (8) 式等に示す値を代入せば M_Φ は次の如くなる。

$$\mathrm{M}_\Phi = \frac{4}{\pi}\frac{n}{2}\cdot\frac{j}{2}\Big[\Big\{\mathrm{M}_1(\varepsilon^{-j(\omega t-\alpha_1)} - \varepsilon^{j(\prime\prime)}) + \mathrm{M}_2(\varepsilon^{-j2(\omega t-\alpha_2)} - \varepsilon^{j2(\prime\prime)})$$

$$+\cdots\cdots+\mathrm{M}_\mu(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-\alpha_\mu)} - \varepsilon^{j\mu(\prime\prime)}) + \cdots\cdots\infty\Big\}$$

$$\times\Big\{f_{\omega 1}(\varepsilon^{j\alpha_0} + \varepsilon^{-j\alpha_0}) - \frac{1}{3}f_{\omega 3}(\varepsilon^{j3\alpha_0} + \varepsilon^{-j3\alpha_0}) + \cdots\cdots$$

$$+\cdots+\frac{(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}}{m}f_{\omega m}(\varepsilon^{jm\alpha_0} + \varepsilon^{-jm\alpha_0}) + \cdots\infty\Big\}$$

$$+\Big\{\mathrm{M}_1(\varepsilon^{-j(\omega t-\alpha_1-\alpha)} - \varepsilon^{j(\prime\prime)}) + \mathrm{M}_2(\varepsilon^{-j2(\omega t-\alpha_2-\alpha)} - \varepsilon^{j2(\prime\prime)})$$

$$+\cdots\cdots+M_{\mu}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-\alpha_{\mu}-\alpha)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}\right)+\cdots\cdots\infty\Big\}$$

$$\times\Big\{f_{\omega 1}\left(\varepsilon^{j(\alpha_{0}-\alpha)}+\varepsilon^{-j(\text{〃})}\right)-\frac{1}{3}f_{\omega 3}\left(\varepsilon^{j3(\alpha_{0}-\alpha)}+\varepsilon^{-j3(\text{〃})}\right)+\cdots\cdots$$

$$+\cdots\cdots+\frac{(1-)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}}{m}f_{m\omega}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_{0}-a)}\cdot\varepsilon^{-jm(\text{〃})}\right)+\cdots\cdots\infty\Big\}$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+\Big\{M_{1}\left(\varepsilon^{-j(\omega t-\alpha_{1}-\overline{q-1}\alpha)}-\varepsilon^{j(\text{〃})}\right)+M_{2}\left(\varepsilon^{-j2(\omega t-\alpha_{2}-\overline{q-1}\alpha)}-\varepsilon^{j2(\text{〃})}\right)$$

$$+\cdots\cdots+M_{\mu}\left(\varepsilon^{-j\mu(\alpha t-\alpha_{\mu}-\overline{q-1}a)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}\right)+\cdots\cdots\infty\Big\}$$

$$\times\Big\{f_{\omega 1}\left(\varepsilon^{j(\alpha_{0}-\overline{q-1}\alpha)-j(\text{〃})}+\varepsilon^{-j(\text{〃})}\right)-\frac{1}{3}f_{\omega 3}\left(\varepsilon^{j3(\alpha_{0}-\overline{q-1}\alpha)}+\varepsilon^{-j3(\text{〃})}\right)$$

$$+\cdots\cdots+\frac{(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}}{m}f_{\omega m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_{0}-\overline{q-1}\alpha)}+\varepsilon^{-jm(\text{〃})}\right)+\cdots\cdots\infty\Big\}\Big]\cdots\cdots(9)$$

$$\therefore M\Phi=\frac{4}{\pi}\cdot\frac{n}{2}\sum_{q=1}^{q}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{\mu=1}^{\infty}\Big[\Big\{(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{1}{m}f_{\omega m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_{0}-\overline{q-1}\alpha)}+\varepsilon^{-jm(\text{〃})}\right\}$$

$$\times\Big\{M_{\mu}\frac{j}{2}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-\alpha_{\mu}-\overline{q-1}\alpha)}-\varepsilon^{j\mu(\omega t-\alpha_{\mu}-\overline{q-1}\alpha)}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

此處に (m) は奇數にして (m) は space harmonic を意味し (μ) は time harmonic を意味す、更に式 (10) は次式 (11) となる。

$$M\Phi=\frac{4}{\pi}\;\frac{n}{2}\cdot\sum_{q=1}^{q}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{\mu=1}^{\infty}\Big\{(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}f_{\omega m}\frac{M_{\mu}}{m}\;\frac{j}{2}$$

$$\times\Big(\varepsilon^{-j[\mu\omega t-m\alpha_{0}-\mu\alpha_{\mu}+\alpha(q-1)(m-\mu)]}$$

$$-\varepsilon^{j[\mu\omega t-m\alpha_{0}-\mu\alpha_{\mu}+\alpha(q-1)(m-\mu)]}$$

$$-\varepsilon^{j[\mu\omega t+m\alpha_{0}-\mu\alpha_{\mu}-\alpha(q-1)(m+\mu)]}$$

$$+\varepsilon^{-j[\mu\omega t+m\alpha_{0}-\mu\alpha_{\mu}-\alpha(q-1)(m+\mu)]}\Big)\Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

(11)式に於て括弧(　)中の $(m+\mu)(q-1)\alpha$ に於て $\alpha=\dfrac{2\pi}{q}$ なる故

若し $\dfrac{m+\mu}{q}$ が零又は完全整數なら或る phase angle 中に (2π) の倍數の角は有るも無きも無關係なる故 $(q-1)$ の値に關せず $(m+\mu)(p-1)\alpha$ を含む phase angle は常に相等し、故に (11) 式に於て

$$\sum_{q=1}^{q=q} \varepsilon^{\pm j[\mu\omega t+m\alpha_0-\mu\alpha_\mu-\alpha(q-1)(\mu+m)]}=q\varepsilon^{\pm j(\mu\omega t+m\alpha_0-\mu\alpha_\mu)} \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

次に若し

$\dfrac{\mathrm{m}+\mu}{q}$ が零又は完全整數ならずとせば ……………………………(12)′

$$\sum_{q=1}^{q=q} \varepsilon^{\pm j[\mu\omega t-m\alpha_0-\mu\alpha_\mu+(q-1)(m+\mu)\frac{2\pi}{q}]}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

次に式(13)の證明を説明する、但し $(\theta_1=(\mu\omega t-\mathrm{m}\alpha_0-\mu\alpha_\mu)$とす、$q\,(2\pi)$ を等分する相數とすれば次式が一般に成立する、即ち

$$\sum_{q=1}^{q=q} \varepsilon^{j(\theta_1+\frac{2\pi}{q})}=0 \quad \sum_{q=1}^{q=q} \varepsilon^{-j(\theta_1+\frac{2\pi}{q})}=0 \quad \therefore \sum_{q=1}^{q=q} \varepsilon^{\frac{2\pi}{q}}=0 \quad \sum_{q=1}^{q=q} \varepsilon^{-j(\frac{2\pi}{q})}=0 \cdots\cdots (14)$$

然るに(12)′の假定によつて $(m+\mu)$ と q とは公約數を有せず故に q 等分した圓周上に於て相隣る等分點は夫々一致しない。且 $(m+\mu)\,q$ が最小公倍數である故 $(m+\mu)\times 2,\ (m+\mu)\times 3,\ \cdots\cdots(m+\mu)(q-1)$ 等は q の倍數を有しない故に $(m+\mu)\,\alpha$ は $(m+\mu)\,2\alpha,\ \cdots\cdots (m+\mu)\,q\alpha$ 等と相一致しない故に全部が一致しないことになり圓周上の對稱等分點に夫々の角は分配されることとなり q 等分した場合と等價となる

$$\therefore \sum_{q=1}^{q=q} \varepsilon^{\pm j[\theta_1+(q-1)(m+\mu)\frac{2\pi}{q}]}=\sum_{q=1}^{q=q} \varepsilon^{\pm j[\theta_1+\frac{2\pi}{q}]}=0$$

次に q が $(m+\mu)$ の倍數にしてRなる整數商を持つとせば $(m+\mu)\,\alpha,\ (m+\mu)\,2\alpha\cdots\cdots\cdots (m+\mu)(q-1)\,\alpha,$ に於てR番目の角は一致するから此の場合にはR個だけの數に對稱に圓周上に且1箇所に $(m+\mu)$ だけ集まりて分配されることとなる、故に

$$\therefore \sum_{q=1}^{q=\mathrm{R}} \varepsilon^{\pm j\frac{2\pi}{\mathrm{R}}}=0$$

故に此の場合にも(13)式は滿足される

同樣に(11)式の括弧(　)中の $(m\sim\mu)\,(q-1)\,\alpha$ に於て

$\dfrac{m\sim\mu}{q}$ が零或は完全整數なら

q に無關係に $(m\sim\mu)\,(q-1)\,\alpha$ を含む Phase angle は常に相等し故に(11)式に於て

$$\sum_{q=1}^{q=q} \varepsilon^{\pm j(\mu\omega t-m\alpha_0-\mu\alpha_\mu+\alpha(q-1)(m\sim\mu)]}=q\varepsilon^{\pm j(\mu\omega t-m\alpha_0-\mu\alpha_\mu)} \cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

又若し次の條件が滿足される場合には $(m+\mu)\,(q-1)\,\alpha$ を含む前の場合と同樣にして

即ち $\dfrac{m\sim\mu}{q}$ が零或は完全整數ならずとせば

$$\sum_{q-1}^{q=q} \varepsilon^{\pm j[\mu\omega t - m\alpha_{o} - \mu\alpha_{\mu} + \alpha(q-1)(m\sim\mu)]} = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

故に式(12)、(13)、(15)、(I6) 等の諸條件を (11) 式に代入して (11) 式を簡單にすると次式の如くなる。

$$M\Phi = \frac{4}{\pi}\ \frac{n}{2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{\mu=1}^{\infty}\Big[(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)} f_{\omega m}\frac{M_{\mu}}{m}\cdot\frac{j}{2}\Big(\varepsilon^{-j(\mu\omega t - m\alpha_{o} - \mu\alpha_{\mu})}$$
$$-\varepsilon^{+j(\mu\omega t - m\alpha_{o} - \mu\alpha_{\mu})} + \varepsilon^{-j(\mu\omega t + m\alpha_{o} - \mu\alpha_{\mu})} - \varepsilon^{j(\mu\omega t + m\alpha_{o} - \mu\alpha_{\mu})}\Big)\Big]\cdots\cdots(17)$$

即ち式 (17) は對稱多相交流に依る廻轉磁界の一般基本式にして式に於て $\frac{m\sim\mu}{q}$ 零或は完全整數の時のみ第一項第二項は存在し $\frac{m+\mu}{q}$ が零或は完全整流の時のみ第三項第四項は存在す。

扨(17)式より明かなる如く $M\Phi$ なる合成廻轉磁界は或る角速度を以て廻轉してゐる種々の vector の重疊したもの即ち種々の廻轉 Vector に分解され得る複雜な廻轉磁束から成ることを知る、然れ共一般電機に於ては基本波のみ卓越するやうに設計されてゐるが或る故障原因等に依り不平衡電流となる場合には之等高調波廻轉磁束も卓越して種々の故障を生ぜしめるに至る。

次に之等廻轉磁界の廻轉速度は第一圖に於ける α_{o} と勵磁電流の角速度 (angular velocity) ω とが同時に變化して磁束の値を同一に保たうとする即ち廻轉力の零なる位置を保たうとする故

$$\left.\begin{aligned} &\mu\omega t + m\alpha_{o} - \mu\alpha_{\mu} = k \\ \text{or}\quad &\mu\omega t + m\alpha_{o} - \mu\alpha_{\mu} = k^{1} \end{aligned}\right\}$$ と見倣すことを得る。

但し $k.\ k^{1}$ は或る恒數 (constant) とす

故に今 ω を $2\pi f$ に等しとせば各廻轉磁界の廻轉速度は次の如くなる。

$$m\frac{d\alpha_{o}}{dt} = \pm\,\mu\,\omega = \pm\,\mu 2\pi f$$

$$\therefore\ \frac{d\alpha_{o}}{dt} = \pm\,\frac{\mu}{m}\,2\pi f$$

故に $M\Phi$ には種々の正方向又は逆方向に廻轉する travelling wave 或は靜止する stationary wave 等が含まれることを知る。

尙條件式 (A) を適用して基本式 (17) を變形せば次の如し。

$$M\Phi = \frac{4}{\pi}\ \frac{n}{2}\,q\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{\mu=1}^{\infty}\Big[(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{M_{\mu}}{m}f_{\omega m}\big\{\sin(\mu\omega t + m\alpha_{o} - \mu\alpha_{\mu})$$
$$+\sin(\mu\omega t - m\alpha_{o} - \mu\alpha_{\mu})\big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

勿論(18)式に於て $\frac{m+\mu}{q}$ が零或は完全整數の時のみ第一項は存在し $\frac{m\sim\mu}{q}$ が零或は完全整數の時のみ第二項は存在することを必要條件とする。

次に簡單な例を擧げて見る

例：勵磁電流は 3 phase で第三、第五高調波を含む場合且磁束分布は良好にして第三、高調波のみを含む場合とする、此際は (19) 式に於て

$$\left.\begin{array}{l} q=3 \\ \mu=1,3,5. \\ m=1,3. \end{array}\right\}$$

$$\therefore M\Phi=\frac{4}{\pi}\ \frac{n3}{2}\Big[M_1 f_{\omega 1}\sin(\omega t-\alpha_1-\alpha_\circ)$$

$$-\frac{M_3}{3}f_{\omega 3}\sin(3\,\omega t-3\alpha_3+3\alpha_\circ)+M_5 f_{\omega 1}\sin(5\,\omega t-5\alpha_5+\alpha_\circ)\Big]_{\circ}$$

結　論

〔1〕基本式(17)或は(18)に於て明かな樣に總ての高調波の磁束値は其の高調次數を以て除しただけの値に減じ其の廻轉速度は順に高調波の次數に反比例して減少し磁極の數は順に高調波數倍丈の數となる。

〔2〕m を磁束分布に於ける space harmonie とし μ を勵磁電流の高調波次數とする時條件式 $\left(\frac{m\sim\mu}{q}\right)$ が零又は完全整數の時は正廻轉の磁束が存在し $\left(\frac{m+\mu}{q}\right)$ が零又は完全整數の時は負廻轉の磁束が存在し兩者條件の滿足される時は正廻轉、逆廻轉の兩廻轉磁束が存在することを知る、例へば三相の場合は其の高調波は一般に順次と交互に反轉する廻轉磁界なることは $(q=3)$ として $\left(\frac{m\sim\mu}{q}\right)$ 又は $\left(\frac{m+\mu}{q}\right)$ を吟味せば明かに解る。

〔B〕 非對稱(nonsymmetrical)多相電流に依る廻轉磁界の一般基本式を求めることは其の計算複雜となるが故に此處には單に或る特殊の場合即ち三相非對稱電流に依る廻轉磁束の基本式を求めるに止む、非對稱多相に關する問題を對稱坐標法 (Symmetrical coordinate method) に依つて解くの便なるは周知にして此處にも此の對稱法を使用して基本式を求めてゐる。

非對稱三相勵磁電流に依る分布磁束の基本波の最高値を夫々 m_a, m_b, m_c とし且次の如きものとす。

$$\left.\begin{array}{l} m_a=\sum\limits_{\mu=1}^{\infty} M_{a\mu}\sin\mu(\omega t-a_\mu) \\ m_b=\sum\limits_{\mu=1}^{\infty} M_{b\mu}\sin\mu(\omega t-b_\mu) \\ m_c=\sum\limits_{\mu=1}^{\infty} M_{c\mu}\sin\mu(\omega t-c_\mu) \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

但し μ は勵磁電流の高調波次數を ω は勵磁電流の基本波の angular velocity にして $2\pi f$

に等しく t は時間を示し、$M_{a\mu}$, $M_{b\mu}$, $M_{c\mu}$ 等は夫々 a, b, c, 三相の各高調波に依つて生ずる磁束の最大値を示し次の如く表はされる。

$$M_{a\mu}=k\,I_{a\mu}\,N,\quad M_{b\mu}=k\,N\,I_{b\mu},\quad M_{c\mu}=k\,N\,I_{c\mu}$$

N は turn 數で $I_{a\mu}$, $I_{b\mu}$, $I_{c\mu}$ 等は夫々三相の各高調波電流、k は捲線の定數なり。

$\alpha_{a\mu}$, $\alpha_{b\mu}$, $\alpha_{c\mu}$ 等は各高調波に於ける個有の相角なり。

前の條件式 (A) に依れば

$$\left.\begin{aligned}
M_{a\mu}\sin\mu(\omega t-a_\mu)&=(jM_{a\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}\\
M_{b\mu}\sin\mu(\omega t-b_\mu)&=(jM_{b\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-b_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}\\
M_{c\mu}\sin\mu(\omega t-c_\mu)&=(jM_{c\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-C_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(2) 式の右邊を對稱式に書き代ふれば次の如し。

但し $a_{\mu0}$, $a_{\mu1}$, $a_{\mu2}$ なる符號は夫々 Zero phase sequence, positive phase sequence, negative phase sequence component を示すものとす。

$$\left.\begin{aligned}
(jM_{a\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}&=(jM_{a\mu0})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}\\
&\quad+(jM_{a\mu1})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}+(jM_{a\mu2})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu2})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}\\
(jM_{b\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-b_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}&=(jM_{a\mu0})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}\\
&\quad+a^2(jM_{a\mu1})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}+a(jM_{a\mu2})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu2})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}\\
(jM_{c\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-c_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}&=(jM_{a\mu0})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}\\
&\quad+a(jM_{a\mu1})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}+a^2(jM_{a\mu2})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu2})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}
\end{aligned}\right\}(3)$$

式 (3) より各 phase sequence component を求むれば次の如くなる。

$$\begin{aligned}
(jM_{a\mu0})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}&=\frac{1}{3}\Big[(jM_{a\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-\alpha_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}\\
&\quad+(jM_{b\mu})\frac{\varepsilon^{-\mu(\omega t-b_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}+(jM_{c\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-C_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}\\
(jM_{a\mu1})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}&=\frac{1}{3}\Big[(jM_{a\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}}{2}
\end{aligned}\qquad(4)$$

$$+a(jM_{b\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-b_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\,\text{〃}\,)}}{2}+a^2(jM_{c\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-c_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\,\text{〃}\,)}}{2}$$

$$(jM_{a\mu 2})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu 2})}-\varepsilon^{j\mu(\,\text{〃}\,)}}{2}=\frac{1}{3}\Big\{(jM_{a\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\,\text{〃}\,)}}{2}$$

$$+a^2(jM_{b\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-b_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\,\text{〃}\,)}}{2}+a(jM_{c\mu})\frac{\varepsilon^{-j\mu(\omega t-c_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\,\text{〃}\,)}}{2}$$

扨各導體 (Conductor) に依つて生ずる分布磁束は正負對稱なる略矩形波狀をなすとし $M\Phi$ を全相捲線に依つて生ずる合成磁界とすれば前の對稱多相電流に於ける場合と同樣にして $M\Phi$ は次の如し。

但し m_a, u_b, m_c の代り直接 (1) 式の右邊を代入す。

$$M\Phi=\frac{4}{\pi}\Big[\sum_{\mu=1}^{\infty}M_{a\mu}\sin(\omega t-a_\mu)\Big]\times n\Big[\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\cos m\alpha_\circ\Big]$$

$$+\frac{4}{\pi}\Big[\sum_{\mu=1}^{\infty}M_{b\mu}\sin(\omega t-b_\mu)\Big]\times n\Big[\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\cos m(\alpha_\circ-\frac{2\pi}{3})\Big]$$

$$+\frac{4}{\pi}\Big[\sum_{\mu=1}^{\infty}M_{c\mu}\sin(\omega t-c_\mu)\Big]\times n\Big[\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\cos m(\alpha_\circ-\frac{4\pi}{3})\Big]\cdots(5)$$

式 (5) に於て $M_{a\mu}$, $M_{b\mu}$, $M_{c\mu}$ 等は前に說明したやうに a, b, c, 非對稱三相勵磁電流の各高調波に依つて生ずる磁束の最大値を μ は勵磁電流各高調次數を示し $m, \alpha_\circ$ は對稱多相の場合と同樣に m は furies 級數の定數で一般に奇數なり。$\alpha_\circ$ は磁極の space initial position angle を $f\omega 1$, $f\omega 3$, $f\omega 5\cdots\cdots f\omega m$ 等は夫々磁束の各高調波の捲線係數を n は每極每相の conductor 數を示す。

而して條件式 (A) より

$$\left.\begin{aligned}\cos m\alpha_\circ&=\frac{\varepsilon^{jm\alpha_\circ}+\varepsilon^{-jm\alpha_\circ}}{2}\\ \cos m(\alpha_\circ-\frac{2\pi}{3})&=\frac{\varepsilon^{jm(\alpha_\circ-\frac{2\pi}{3})}+\varepsilon^{-jm(\,\text{〃}\,)}}{2}\\ \cos m(\alpha_\circ-\frac{4\pi}{3})&=\frac{\varepsilon^{jm(\alpha_\circ-\frac{4\pi}{3})}+\varepsilon^{-jm(\,\text{〃}\,)}}{2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(6)$$

故に式 (5) に式 (2)、(6) を適用して變化すれば次式を得

$$M\Phi=\frac{4}{\pi}n\frac{j}{4}\Big[\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}M_{a\mu}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\,\text{〃}\,)})$$

$$\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}(\varepsilon^{jm\alpha_\circ}+\varepsilon^{-jm\alpha_\circ})$$

$$+\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} M_{b\mu}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-b_{\mu})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)$$

$$\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_0-\frac{2\pi}{3})}+\varepsilon^{-jm(\alpha_0-\frac{2\pi}{3})}\right)$$

$$+\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} M_{c\mu}\left(\varepsilon^{-i\mu(\omega t-c_{\mu})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)$$

$$\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha^0-\frac{4\pi}{3})}+\varepsilon^{-jm(\alpha_0-\frac{4\pi}{3})}\right)\Big]\cdots\cdots\cdots(7)$$

(7) 式の右邊の三項の夫々の被乘項卽ち $M_{a\mu}$, $M_{b\mu}$, $M_{c\mu}$, を含む各項に式 (3) の右邊を代入して變形すれば

$$M\Phi=\frac{j}{4}\frac{4}{\pi}n\Big[\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} M_{a\mu0}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)$$

$$\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm\alpha_0}+\varepsilon^{-jm\alpha_0}\right)$$

$$+\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} M_{a\mu1}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-\alpha_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm\alpha_0}+\varepsilon^{-jm\alpha_0}\right)$$

$$+\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} M_{a\mu2}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu2})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm\alpha_0}+\varepsilon^{-jm\alpha_0}\right)$$

$$+\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} M_{a\mu0}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_0-\frac{2\pi}{3}}+\varepsilon^{-j\mu(\,\prime\,)}\right)$$

$$+a^2\sum_{\cdot\cdot}\sum_{\cdot\cdot} M_{a\mu1}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_0-\frac{2\pi}{3})}+\varepsilon^{-j\mu(\,\prime\,)}\right)$$

$$+a\sum_{\cdot\cdot}\sum_{\cdot\cdot} M_{a\mu2}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_0-\frac{2\pi}{3})}+\varepsilon^{-j\mu(\,\prime\,)}\right)$$

$$+\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} M_{a\mu0}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_0-\frac{4\pi}{3})}+\varepsilon^{-j\mu(\,\prime\,)}\right)$$

$$+a\sum_{\cdot\cdot}\sum_{\cdot\cdot} M_{a\mu1}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-\alpha_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_0-\frac{4\pi}{3})}+\varepsilon^{-j\mu(\,\prime\,)}\right)$$

$$+a^2\sum\sum M_{a\mu2}\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu2})}-\varepsilon^{j\mu(\,\prime\,)}\right)\times(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\left(\varepsilon^{jm(\alpha_0-\frac{4\pi}{3})}+\varepsilon^{-j\mu(\,\prime\,)}\right)$$

$$\Big]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

次に (8) 式内の各項の括弧 ( ) の積の部分を括弧を解いて纒め條件式 (A) を適用して (8)式

を變化すれば次の如くなる。

$$M_\Phi=\frac{4}{\pi}\cdot\frac{n}{2}\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f_{\omega m}}{m}M_{a_{\mu0}}\times\Big[$$

$$\left\{\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}+m\alpha_{\circ})+\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}+m\alpha_{\circ}-m\frac{2\pi}{3})+\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}+m\alpha_{\circ}-m\frac{4\pi}{3})\right\}$$

$$+\left\{\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}-m\alpha_{\circ})+\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}-m\alpha_{\circ}+m\frac{2\pi}{3})+\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}-m\alpha_{\circ}+m\frac{4\pi}{3})\right\}\Big]$$

$$+\frac{4}{\pi}\frac{n}{2}\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f_{\omega m}}{m}M_{a_{\mu1}}\times\Big[$$

$$\left\{\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}+m\alpha_{\circ})+a^2\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}+m\alpha_{\circ}-m\frac{2\pi}{3})+a\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}+m\alpha_{\circ}-m\frac{4\pi}{3})\right\}$$

$$+\left\{\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}-m\alpha_{\circ})+a^2\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}-m\alpha_{\circ}+m\frac{2\pi}{3}+a\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}-m\alpha_{\circ}+m\frac{4\pi}{3})\right\}\Big]$$

$$+\frac{4}{\pi}\frac{n}{2}\sum_{..}\sum_{..}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f_{\omega m}}{m}M_{a_{\mu2}}\times\Big[$$

$$\left\{\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu2}+m\alpha_{\circ})+a\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu2}+m\alpha_{\circ}-m\frac{2\pi}{3})+a^2\sin(\mu\omega t-\mu a_2+m\alpha_{\circ}-m\frac{4\pi}{3})\right\}$$

$$+\left\{\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu2}-m\alpha_{\circ})+a\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu2}-m\alpha_{\circ}+m\frac{2\pi}{3})+a^2\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu2}-m\alpha_{\circ}+m\frac{4\pi}{3})\right\}$$

$$\Big]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9)$$

扨式(9)の { } の項を6項と見做し次の如く吟味す

但し此際 phase angle 中に$\frac{2\pi}{3}$角を加ふることは a を operate すると等價なることを前提とする。

(i) 第一項は m が零又は3の整數倍の時のみ存在し其の時の値は $3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}+m\alpha_{\circ})$なり。

(ii) 第二項も第一項と同様に m が3の整數倍又は零の時のみ存在し $3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}-m\alpha_{\circ})$となる。

(iii) 第三項は $(m-2)$ が零又は整數倍の時のみ存在し $3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}+m\alpha_{\circ})$ となる。

(iv) 第四項も第三項と同様にして其の値は $3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}-m\alpha_{\circ})$

(v) 第五項は $m=(3n-2)$ なる條件を滿足する場合にのみ存在し $3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu2}+m\alpha_{\circ})$となる。但し $n=1, 2, 3,\cdots\cdots\cdots$とする、

(vi) 第六項も第五項と同様に其の値は $3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu2}-m\alpha_{\circ})$ となる。

$$\therefore M_\Phi=\frac{n}{2}\cdot\frac{4}{\pi}\Big[\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}M_{a_{\mu0}}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f_{\omega m}}{m}\Big\{$$

$$3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}+m\alpha_{\circ})+3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu0}-m\alpha_{\circ})\Big\}$$

$$+\frac{\pi}{2}\cdot\frac{4}{\pi}\Big[\sum_{..}\sum_{..}M_{a_{\mu}1}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\Big\{$$

$$3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}+m\alpha_{\circ})+3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu1}-m\alpha_{\circ})\Big\}$$

$$+\frac{\pi}{2}\cdot\frac{4}{\pi}\Big[\sum\sum M_{a_{\mu}2}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\Big\{$$

$$3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu2}+m\alpha_{\circ})+3\sin(\mu\omega t-\mu a_{\mu2}-m\alpha_{\circ})\Big\}\Big]\cdots\cdots(10)$$

(10) 式に於ては $M\Phi$ は對稱式に於ける各 phase sequence term を以て表はされ居るを以て今之れを非對稱の三相項を以て表はすために(10)式を又次の如く變形する。

$$M\Phi=\frac{3}{2}n\frac{4}{\pi}\Big[\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}M_{a_{\mu}0}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\frac{j}{2}\Big\{\varepsilon^{-j\omega\alpha_{\circ}}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})$$

$$+\varepsilon^{jm\alpha_{\circ}}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})\Big\}\Big]$$

$$+\frac{3}{2}n\frac{4}{4}\Big[\text{〃}\ \text{〃}\ M_{a_{\mu}1}\ \text{〃}\Big\{\varepsilon^{-jm\alpha_{\circ}}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})+\varepsilon^{+jm\alpha_{\circ}}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})\Big\}\Big]$$

$$+\frac{3}{2}n\frac{\pi}{4}\Big[\text{〃}\ \text{〃}\ M_{a_{\mu}2}\ \text{〃}\Big\{\varepsilon^{-jm\alpha_{\circ}}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu2})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})+\varepsilon^{jm\alpha_{\circ}}(\varepsilon^{-jm(\omega t-\alpha_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})\Big\}\Big]$$

$$=\frac{3}{2}n\frac{4}{\pi}\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\frac{j}{2}\Big[(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu0})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})(\varepsilon^{jm\alpha_{\circ}}+\varepsilon^{-jm\alpha_{\circ}})M_{a_{\mu}0}$$

$$+M_{\alpha_{\mu}1}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu1})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})(\varepsilon^{jm\alpha_{\circ}}+\varepsilon^{-jm\alpha_{\circ}})$$

$$+M_{a_{\mu}2}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu2})}-\varepsilon^{jm(\text{〃})})(\varepsilon^{-jm\alpha_{\circ}}+\varepsilon^{-jm\alpha_{\circ}})\Big]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

然るに $\cos m\alpha_{\circ}=\dfrac{\varepsilon^{jm\alpha_{\circ}}+\varepsilon^{-jm\alpha}}{2}$ なる故(4)式を適用せば(11)式は次の如く變形される。

$$M\Phi=\frac{j}{2}3n\cdot\frac{4}{\pi}\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f\omega m}{m}\Big[M_{a}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})$$

$$+M_{b}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-b_{\mu})}-\varepsilon^{j(\text{〃})})+M_{c}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-C_{\mu})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})+M_{a}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})$$

$$+aM_{b}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-b_{\mu})}-\varepsilon^{j(\text{〃})})+a^{2}M_{c}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-C_{\mu})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})+M_{a}(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-a_{\mu})}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})})$$

$$+\,a^2 M\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-b_\mu)}-\varepsilon^{+j\mu(\text{〃})}\right)+aM_c\left(\varepsilon^{-j\mu(\omega t-C_\mu)}-\varepsilon^{j\mu(\text{〃})}\right)\Big]\cos m\,\alpha_\circ\cdots\cdots(12)$$

更に式(2)を適用して變形すると

$$M_\Phi=3n\cdot\frac{4}{\pi}\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^{\left(\frac{m-1}{2}\right)}\frac{f_{\alpha m}}{m}\Big[\Big\{M_{a\mu}\sin\mu(\omega t-a_\mu)+M_{b_\mu}\sin\mu(\omega t-b_\mu)$$

$$+M_{c\mu}\sin\mu(\omega t-c_\mu)\Big\}\cos m\,\alpha_\circ$$

$$+\Big\{M_{a\mu}\sin\mu(\omega t-a_\mu)+aM_{b\mu}\sin\mu(\omega t-b_\mu)+a^2M_{C\mu}\sin\mu(\omega t-c_\mu)\Big\}\cos m\,\alpha_\circ$$

$$+\Big\{M_{a\mu}\sin\mu(\omega t-a_\mu)+a^2M_{b\mu}\sin\mu(\omega t-b_\mu)+aM_{C\mu}\sin\mu(\omega t-c_\mu)\Big\}\cos m\,\alpha_\circ\Big]\cdots\cdots(13)$$

$$\therefore\ M_\Phi=3n\frac{4}{\pi}(\ \text{〃}\ )\frac{1}{2}\Big[\Big\{M_{a\mu}\sin(\mu\omega t-\mu a_\mu+m\alpha_\circ)+M_{a\mu}\sin(\mu\omega t-\mu a_\mu-m\alpha_\circ)$$

$$+M_{b\mu}\sin(\mu\omega t-\mu b_\mu+m\alpha_\circ)+M_{b\mu}\sin(\mu\omega t-\mu b_\mu-m\alpha_\circ)+M_{c\mu}\sin(\mu\omega t-\mu c_\mu+m\,\alpha_\circ)$$

$$+M_{c\mu}\sin(\mu\omega t-\mu c_\mu-m\alpha_\circ)\Big\}$$

$$+\Big\{M_{a\mu}\sin(\mu\omega t-\mu a_\mu+m\alpha_\circ)+M_{a\mu}\sin(\mu\omega t-\mu a_\mu-m\alpha_\circ)+a\,M_{b\mu}\sin(\mu\omega t-\mu b_\mu+m\alpha_\circ)$$

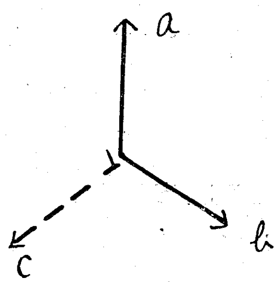
$$+aM_{b\mu}\sin(\mu\omega t-\mu b_\mu-m\alpha_\circ)+a^2M_{c\mu}\sin(\mu\omega t-c\mu_\mu+m\alpha_\circ)+a^2M_{c\mu}\sin(\mu\omega t-\mu c_\mu-m\alpha_\circ)\Big\}$$

$$+\Big\{M_{a\mu}\sin(\mu\omega t-\mu a_\mu+m\alpha_\circ)+M_{a\mu}\sin(\mu\omega t-\mu a_\mu-m\alpha_0)+a^2M_{b\mu}\sin(\mu\omega t-\mu b_\mu+m\alpha_\circ)$$

$$+a^2M_{b\mu}\sin(\mu\omega t-\mu b_\mu-m\alpha_\circ)+aM_{c\mu}\sin(\mu\omega l-\mu a_\mu+m\alpha_\circ)+aM_{c\mu}\sin(\mu\omega t-\mu c_\mu-m\alpha_\circ)\Big\}\Big]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

即ち式(14)は非對稱三相勵磁電流に依る廻轉磁界の基本式にして括弧｛　｝を一群と見る時は第一群は m が零又は3の倍數の時のみ存在し、第二群は$(m-2)$が零又は 3 の倍數の時のみ存在し、第三群は $\{m=(3n-2)\}$ が滿足される時のみ存在する（但し n は 1, 2, 3, ... 等の整數とす)。簡單な例として對稱三相勵磁電流に於て右圖に示す如く C 相が消滅した不平衡の場合を考ふ。



才二圖

基本式(14)に於て第一群、第三群の存在する場合は其の最大値が各相の正規狀態に於ける最大値に等しい反對方向に廻轉する二廻轉 Component が存在し、第二群の存在する場合には其の最大値が各相の最大値の二倍なる反對方向に廻轉する二廻轉 Component が存在する、該事實は b, 又は a 相のみが消滅した場合も同樣にして單相誘導機の場合と同樣なり故に斯種故障發生によつては電動機は停止せずに廻轉を續ける。