

直流機の整流作用に対する一考察に就て

On the Commutation of D.C. Machine

吉田喜久次

(工場)

内容梗概

最近の直流機は其用途が次第に偏せられつゝある傾向を示してゐる。即ち大容量大電流のもの(電氣分解用)、高圧のもの(無電用)、高速のもの(ブロー用)、或は過負荷容量の特に大なるもの(ミル用)等は其例であらう。現在迄に於て直流機の負荷能力の限度は可成り正確に實驗的には明かにされてゐるが、本文に於ては更に之を根本的に考へて見た整流作用に対する一考察を記述してある。

1. 緒言

整流作用なる現象を述べる爲めには單に電機子巻線中に起る種々の關係を論ずる許りでなく、更に刷子の問題或は整流子と刷子との間に於ける物理化學的な、換言すれば電子的な關係等をも併せて考へなければならぬのであるが、之等の事柄は他の機會に譲りこゝに於ては從來屢々論ぜられ來つた電機子巻線内の現象のみ取扱ひ、今少しく根本的な一考察を與へんとするものである。故に本文に於ては整流作用を取扱ふに最も簡單なる場合即ち刷子によつた一つの整流子片のみが蔽はれたる場合に就て述べる。整流子片が一つ以上蔽はれたる場合には得たる結果にある修正を與ふれば良いのである。

2. 使用記號の解説

本文中に於て屢々使用せられる記號を次に示す。

(第一圖参照)

i = 一の巻線或は線輪中に流れる短絡電流

J = 電機子回路の電流 (一定) 即ち $2J$ は刷子を通じて流れる全電流となる。

i_1, i_2 = ライザーを流れる電流

$F = b \cdot l$ = 刷子の接觸面積 (l = 刷子の長さ b = 刷子の幅)

f_1, f_2 = 刷子の部分的接觸面積 (即ち $f_1 + f_2 = F$)

ρ = 刷子の接觸面に於ける比抵抗

$R = \frac{\rho}{F}$ 刷子の全接觸抵抗

$r_1 = \frac{\rho}{f_1}, r_2 = \frac{\rho}{f_2}$ = 刷子の部分的接觸抵抗

$r_s + 2r_f$ = 巻線の有する抵抗(ライザーの抵抗をも含む)

L = 一巻線或は線輪の有する自己誘導係數

e_s = 巻線中に生じたる誘導電壓

$E_r = -2J \frac{L}{T}$ = 自己誘導電壓の平均値(リアクタンス電壓と稱せらるゝもの)

e = 整流起電力

$\gamma = \frac{e}{2 \cdot J \cdot R}$ = 比整流起電力

t = 整流の初まりたる瞬間より測つた時間

T = 整流周期

3. 刷子接觸抵抗が一定なる場合の短絡電流

第一圖に示す如き回路を考へ之にキルヒホッフの定律を適用すれば

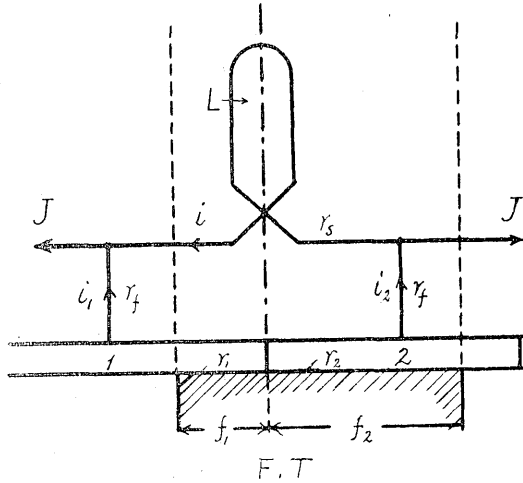
$$L \frac{di}{dt} + i_1(r_1 + r_f) - i \cdot r_s - i_2(r_2 + r_f) = e$$

なる關係が成立する。

然るに $i_1 = J - i, i_2 = J + i$

$$r_1 = \frac{\rho}{f_1} = \frac{\rho}{F \cdot \frac{t}{T}} = \frac{R \cdot T}{t}$$

$$r_2 = \frac{\rho}{f_2} = \frac{\rho}{F \cdot \left(\frac{T-t}{T}\right)} = \frac{R \cdot T}{T-t}$$



第一圖 整流回路圖

と置く事が出来る故に之を上式の代入する時は

$$L \frac{di}{dt} + i \cdot R \cdot \left(\frac{r_s + 2r_f}{R} + \frac{T}{t} + \frac{T}{T-t} \right) = J \cdot R \cdot \left(\frac{T}{t} - \frac{T}{T-t} \right) - e$$

となり、更に簡単にする爲め

$$\frac{r_s + 2r_f}{R} = \gamma \quad \frac{t}{T} = x$$

とすれば $\frac{di}{dt} = \frac{di}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{1}{T} \cdot \frac{di}{dx}$ となる故

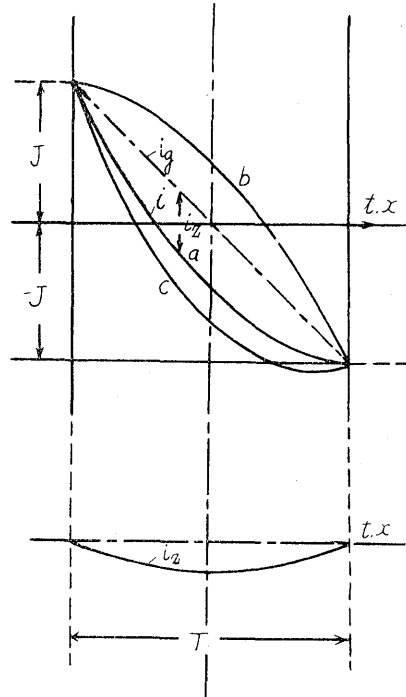
に整流作用の微分方程式は

$$\frac{L}{T} \cdot \frac{di}{dx} + i \cdot R \cdot \left[\gamma + \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} \right] = J \cdot R \cdot \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{1-x} \right] - e \dots (1)$$

によつて與へられる。附帯条件としては $t=0$ 即ち $x=0$ に於て $i=J$ 、又 $t=T$ 或は $x=1$ に於て $i=-J$ である。

この微分方程式の形は屢々今日迄に繰返して使用せられてゐるものであり、短絡電流 i の轉移曲線は第二圖の $a b c$ 等によつて表はされた形を取る事も周知である。今 $+J$ より $-J$ に直線的に一樣なる變化をする理想的整流を行ふ場合の短絡電流を i_g とし、實際の短絡電流 i との差を i_z とする。即ち i_z は附加短絡電流として考へる。故に i は

$$i = i_g + i_z$$



第二圖 短絡電流轉移曲線圖

と表はし得る。 i_g は $x=0$ に於て $+J$ 、 $x=1$ に於て $-J$ なる値を取る一の直線なる故

$$i_g = J(1-2x)$$

と置く事が出来る故に i は

$$i = J(1-2x) + i_z \dots (2)$$

$$\text{従つて} \quad \frac{di}{dx} = -2J + \frac{di_z}{dx} \dots (3)$$

となる。

補極によつて與へられる整流起電力 e も i と同様に i_g に對應する e_g と附加起電力 e_z の二つの和と考へる。 e_g は $-J \cdot (r_s + 2r_f)$ より $+J \cdot (r_s + 2r_f)$ に變化する直線と自己誘導電壓の平均値或はリアクタンス電壓 $L \cdot \left(\frac{di}{dt} \right)_{i=i_g} = -2 \cdot J \cdot \frac{L}{T}$ の和でなければならぬ故に e は $(r_s + 2r_f) = \gamma \cdot R$ 置きかえる事により

$$e = e_g + e_z = \left[2 \cdot J \cdot \frac{L}{T} - J \cdot R \cdot \gamma (1-2x) \right] + e_z \dots (4)$$

にて表はし得る筈である。(2)(3)(4)を(1)式に入れる時は

$$\frac{L}{T} \cdot \frac{di_z}{dx} + R \cdot \gamma \cdot i_z + R \cdot i_z \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} \right) = -e_z \dots\dots\dots(5)$$

を得る。この場合の附帯条件は $x=0$ に於て $i_z=0$ となる。更に (5) 式を取扱ひに簡単ならしむる爲めに、次の重要な記號を使用しやう。

$$\left. \begin{aligned} \frac{R \cdot T}{L} = a \quad \gamma \cdot \frac{R \cdot T}{L} = \gamma \cdot a = a_0 \\ \frac{e_z}{2 \cdot J \cdot R} = \eta_z \\ e_z \cdot \frac{T}{L} = 2 \cdot J \cdot \frac{e_z}{2 \cdot J \cdot R} \cdot \frac{R \cdot T}{L} \\ = 2 \cdot J \cdot a \cdot \eta_z \end{aligned} \right\} \dots\dots(6)$$

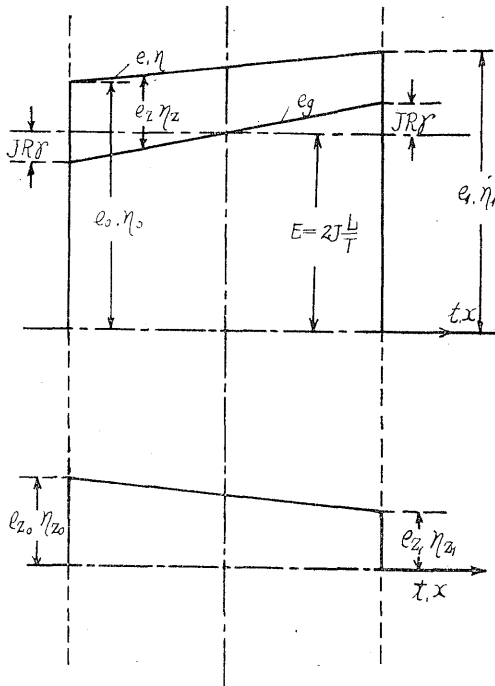
即ち (5) 式は

$$\frac{di_z}{dx} + a_0 \cdot i_z + a \cdot i_z \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} \right) = -2 \cdot J \cdot a \cdot \eta_z \dots\dots\dots(7)$$

なる我々に取扱ひ可い形となるのである。こゝに η_z は x なる任意の函数であつて今 η_z に

$$\eta_z = \eta_{z0}(1 + \delta x)$$

なる直線關係を與へる。 η_{z0} は $x=0$ に於ける η_z の値であり η_{z1} は $x=1$ に於ける η_z の値とすれば δ は



第三圖 整流起電力の轉移圖

$\delta = \frac{\eta_{z1}}{\eta_{z0}} - 1$ にて表はされる或る常數である。(第三圖参照)

(7) 式は線型一次微分方程式

$$\frac{di_z}{dx} + f(x) \cdot i_z = \varphi(x)$$

の形であり、この一般解は

$$i_z = \varepsilon^{-\int f(x) \cdot dx} \left[C + \int \varepsilon^{\int f(x) \cdot dx} \varphi(x) \cdot dx \right]$$

$$\varepsilon = 2,718$$

である。この場合

$$\varepsilon^{-\int f(x) \cdot dx} = \varepsilon^{-a_0 x} \left(\frac{1-x}{x} \right)^a$$

$$\varepsilon^{\int f(x) \cdot dx} = a^{a_0 x} \left(\frac{x}{1-x} \right)^a$$

となる故 (7) 式は $x=0$ に於て $i_z=0$ なる關係を考へに入れる時は積分常數 $C=0$ となる故、結局 i_z は

$$i_z = -2 \cdot J \cdot a \cdot \eta_{z0} \varepsilon^{-a_0 x} \left(\frac{1-x}{x} \right)^a$$

$$\int_0^x \varepsilon^{a_0 x} (1 + \delta x) \cdot \left(\frac{x}{1-x} \right)^a dx \dots\dots(8)$$

となる。

(8) 式の積分をなすに當つて次の關係を使用する。

$$\int \varepsilon^{a_0 x} \left(\frac{1-x}{x} \right)^a \cdot dx = x^{a+1} \cdot \left[\frac{1}{a+1} \cdot F(a, a+1, a+2, x) + \frac{a_0 x}{a+2} \cdot F(a, a+2, a+3, x) + \frac{a_0^2}{a+3} \cdot \frac{x^2}{2!} \cdot F(a, a+3, a+4, x) + \dots \right]$$

$$= x^{a+1} \cdot P_1 \dots\dots\dots(9)$$

$$\int x \cdot \varepsilon^{a_0 x} \left(\frac{x}{1-x} \right)^a dx = x \cdot \left[\frac{1}{a+2} \cdot F(a, a+2, a+3, x) + \frac{a_0 x}{a+3} \cdot F(a, a+3, a+4, x) + \frac{a_0^2}{a+4} \cdot \frac{x^2}{2!} \cdot F(a, a+4, a+5, x) + \dots \right]$$

$$= x^{a+2} \cdot P_2 \dots\dots\dots(10)$$

F一函数は超越幾何級數である。F一函数に於て $x=1$ なる時は Γ 一函数 (ガムマ函数) となる。 Γ 一函数の

$$F(a, \beta, \gamma, 1) = \frac{\Gamma(\gamma) \cdot \Gamma(\gamma - \beta - a)}{\Gamma(\gamma - a) \cdot \Gamma(\gamma - \beta)} \quad \gamma - \beta - a > 0$$

なる關係を用ふれば $a < 1$ なる收斂條件に於て

$$F(a, a+k, a+k+1, x)_{x=1}$$

$$= \frac{\Gamma(a+k+1) \cdot \Gamma(1-a)}{\Gamma(a+1) \cdot \Gamma(1)}$$

$$= \frac{a(a+1)(a+2)\dots(a+k)\Gamma(1-a)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k}$$

従つて P_1 及 P_2 は $x=1$ に於て

$$P_{1(1)} = a \cdot \Gamma(a) \cdot \Gamma(1-a) \left[1 + \frac{a_0(a+1)}{2!} + \frac{a_0^2(a+1)(a+2)}{2! \cdot 3!} + \frac{a_0^3(a+1)(a+2)(a+3)}{3! \cdot 4!} + \dots \right] = a \cdot \Gamma(a) \cdot \Gamma(1-a) \cdot R_1 \quad (11)$$

$$P_{2(1)} = a \cdot (a+1) \cdot \Gamma(a) \Gamma(1-a) \left[\frac{1}{2} + \frac{a_0(a+2)}{1! \cdot 3!} + \frac{a_0^2(a+2) \cdot (a+3)}{2! \cdot 4!} + \frac{a_0^3(a+2)(a+3)(a+4)}{3! \cdot 5!} + \dots \right] = a(a+1) \Gamma(a) \Gamma(1-a) R_2 \quad (12)$$

となる。

さて附加短絡電流 i_z は (9) 及 (10) 式の積分値を

(8) 式に入れる事により

$$i_z = -2 \cdot J \cdot a \cdot \eta_{z0} \cdot x (1-x)^a \cdot \epsilon^{-ax} [P_1 + \delta \cdot x \cdot P_2] \dots (13)$$

となり従つて全短絡電流 i は

$$i = J \cdot (1-2x) + i_z = J \cdot [1-2x \{1 + a \cdot \eta_{z0} \epsilon^{-ax} (1-x)^a (P_1 + \delta x P_2)\}] \dots (14)$$

と置く事が出来る。(14)式は $t=0$ に於て $i=J$ $t=-T$ に於て $i=-J$ なる条件を満足する事は勿論であるが、こゝに $a < 1$ 於て収斂ではあるが $a \geq 1$ に對しては發散する P_1 及 P_2 なる超越幾何級數を含んでゐるため $x=1$ に於て $a \geq 1$ の場合には(14)式の算出が出来得ない事になる。この困難を避ける爲めに我々は $x=0$ から積分を初める代りに今 $x=1$ から初めるとしやう。即ち x の代りに $y=1-x$ を獨立變數として取扱はうとするのである。

$$x=1-y \quad dx=-dy$$

を (7)式に入れる時は

$$\frac{di_z}{dy} = -i_z \left(a_0 + \frac{a}{y} + \frac{a}{1-y} \right) = -2 \cdot a \cdot \eta_{z0} \cdot J \cdot (1+\delta-\delta y) \dots (15)$$

となり、従つて i_z は

$$i_z = \epsilon^{a_0 y} \left(\frac{y}{1-y} \right)^a \left[D + 2 \cdot a \cdot \eta_{z0} \cdot J \cdot \int_0^y (1+\delta-\delta y) \epsilon^{-a_0 y} \left(\frac{1-y}{y} \right)^a dy \right] \dots (16)$$

となる。D は積分常數である。

$\int_0^y \varphi(y) dy$ は以前に求めたると同様に超越幾何函數として得られるがこの場合には $+a$ 及 $+a_0$ の代りに夫々 $-a$ 及 $-a_0$ と置き換えなければならない。

この新しい級數を夫々 P_1 及 P_2 にならひ Q_1 及 Q_2 とすれば

$$\int_0^y \varphi(y) \cdot dy = y^{1-a} (1+\delta) Q_1 - y^{2-a} \delta \cdot Q_2 \dots (17)$$

及 $y=1$ なる限界値に對して

$$\int_0^1 \varphi(y) dy = (1+\delta) Q_{1(1)} - \delta Q_{2(1)} \dots (18)$$

を得る。又附帶條件としては $y=1$ に對して $i=0$ である故、積分常數 D は

$$D = -2 \cdot a \cdot \eta_{z0} \cdot J \left[(1+\delta) Q_{1(1)} - \delta Q_{2(1)} \right] = -2a\eta_{z0} \cdot J \cdot A \quad (19)$$

$$A = (1+\delta) Q_{1(1)} - \delta \cdot Q_{2(1)}$$

にて表はし得られ C の如く常に $=0$ とはならない。

結局(15)式の積分は

$$i_z = 2 \cdot J \cdot a \cdot \eta_{z0} \cdot \epsilon^{a_0 y} (1-y)^{-a} \left[y \{ (1+\delta) Q_1 - y \delta Q_2 \} - y^a \{ (1+\delta) Q_{1(1)} - \delta Q_{2(1)} \} \right] \quad (20)$$

こゝに $y=0$ 或は $x=1$ なる時 $i_z=0$

になり Q 級數は $y=0$ に於て各 a に對して有限値を與へる。従つてこの場合の全短絡電流 i は

$$i = J [1-2x (1-a\eta_{z0}\epsilon^{a_0(1+x)}y^{-(a+1)} \cdot S)] \quad (21)$$

$$S = y \{ (1+\delta) Q_1 - y \delta Q_2 \} - y^a \{ (1+\delta) Q_{1(1)} - \delta \cdot Q_{2(1)} \}$$

である。

(14)及(21)の兩式に依つて (1)式の整流作用を表はす微分方程式が解かれたのである。これ等の算出に使用した $a = \frac{RT}{L}$ 或は $A = (1+\delta) \cdot Q_{1(1)} - \delta Q_{2(1)}$ なる記號は整流作用を研討するに重要な役目を演ずるも

のであつて、 a の値の 1 より大であるか或は小であるか、或は又 A の取る値の ≥ 0 に従つて種々なる根本的な異りを生ずるのである。

4. 刷子接觸抵抗が一定不變なる場合
の自己誘導電壓

短絡電流 i の性質を考へる前に簡単に自己誘導電壓

$$L \cdot \frac{di}{dt} \text{ を考へて見る。 (3) 式を使用して } e_s \text{ は}$$

$$e_s = L \cdot \frac{di}{dt} = \frac{L}{T} \cdot \frac{di}{dx} = -\frac{2JL}{T} + \frac{L}{T} \cdot \frac{di_z}{dx} \dots\dots\dots (22)$$

となる。 $\frac{di_z}{dx}$ は (8) 式及 (16) 式を微分して

$$\frac{di_z}{dx} = -2 \cdot J \cdot a \cdot \eta_{z0} \left[1 + \delta x - a \cdot \varepsilon^{-ax} (1 - x)^{a-1} \left\{ 1 + \frac{a_0}{a} x(1-x) \right\} (P_1 + \delta x P_2) \right] \dots (23)$$

又 $x=1$ 或は $y=1-x=0$ なる條件に對しては

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_z}{dy} &= 2 \cdot J \cdot a \cdot \eta_{z0} \left\{ 1 + \delta - \delta y + \varepsilon^{ay} \right. \\ &\left. \left(a_0 y + \frac{a}{1-y} \right) (1-y)^{-a} \left\{ -A y^{a-1} \right. \right. \\ &\left. \left. + (1+\delta) Q_1 - \delta y Q_2 \right\} \right\} \dots\dots (24) \\ A &= (1+\delta) Q_{1(1)} - \delta Q_{2(1)} \end{aligned} \right\}$$

にて表はされる。

5. $\frac{di_z}{dx}$ 及 $\frac{di}{dx}$ に對する極限值

(a) $x=0$ 或は $t=0$ の場合

(23) 式に $x=0$ を入れる時は

$$\left(\frac{di_z}{dx} \right)_{x=0} = -2J a \eta_{z0} (1 - a P_{1(0)}) = -2J \frac{a}{a+1} \eta_{z0} \dots\dots\dots (25)$$

となる。 $P_{1(0)}$ は (9) 式に於て [] 中の x に 0 を與えて得る P_1 の値即ち $\frac{1}{a+1}$ を示せるものである。

$$\text{更に } \eta = \frac{e_{x=0}}{2JR} = \frac{2J \frac{L}{T} JR \cdot \gamma + e_{z0}}{2JR} = \frac{1}{a} - \frac{\gamma}{2}$$

+ η_{z0} なる η_0 を用ひ

$$\left(\frac{di}{dx} \right)_{x=0} = -2J \frac{a}{a+1} \cdot (\eta_0 + 1)$$

$$+ \frac{\gamma}{2} \dots\dots\dots (26)$$

及

$$e_0 = \frac{L}{T} \left(\frac{di}{dx} \right)_{x=0} = -\frac{2JR(\eta_0 + 1 + \frac{\gamma}{2})}{a+1} = E_r \frac{a}{a+1} \left(\eta_0 + 1 + \frac{\gamma}{2} \right) \dots\dots\dots (27)$$

を得る。

η_0 なる比整流起電力は整流磁場の形に従つて正或は負の値を採る事が出来、 e_0 も亦正、零或は負となり得る。例へば $e_0 = E_r$ 即ちリアクタンス電壓に等しい場合には $\eta_0 = \frac{1}{a} - \frac{\gamma}{2}$ なる關係がなければならぬし、 $e_0 = 0$ なる時は $\eta_0 = -\left(1 + \frac{\gamma}{2}\right)$ でなければならぬ。(この場合には整流の轉移曲線は正切的に初まる。)

(b) $x=1$ 或は $t=T$ の場合

この極限が整流作用に於て最も重要であつて、我々は更に之を次の四つの場合に分けて考へて見る事とする。

(1) $a < 1, A \geq 0$ の場合 [$A = (1+\delta) Q_{1(1)} - \delta Q_{2(1)}$] (19) 式]

$$\left(\frac{di_z}{dy} \right)_{y=0} = -\left(\frac{di_z}{dx} \right)_{x=1} = 2J a \eta_{z0} \left[1 + \delta + a(1+\delta) Q_{1(0)} \right]$$

$Q_{1(0)} = \frac{1}{1-a}$ であり $1 + \delta = \frac{\eta_{z1}}{\eta_{z0}}$ と置けば

$$\left(\frac{di_z}{dx} \right)_{x=1} = 2J \cdot \frac{a}{a-1} \eta_{z1} \dots\dots\dots (28)$$

なる關係を得る。

(ロ) $a < 1, A \geq 0$ の場合

この場合には (24) 式に於て $a y^{a-1}$ なる項は

$$\left[A y^{a-1} \right]_{y=0} = \left[\frac{A}{y^{1-a}} \right]_{y=0} = \infty$$

となる故

$$\frac{di}{dx} = \infty \quad \text{又 } e = L \frac{di}{dt} = \infty$$

なる結果を得る。これは整流周期の最終 $t=T$ に於て非常に大なる誘導電壓を生じアーノルド或はリヒター

(Arnold, Richter) 及其他の人々に依つて公表せられ周知の如く、甚だしい火花を發生する状態なる事を示してゐる。即ち $A=0$ にて $\frac{RT}{L}$ が1より小なる値を取る時は整流作用は常に不良である。故に或る整流作用を考へる場合に於て磁氣的時定數 $\frac{L}{R}$ の値の取り得る制限は整流周期 T に關聯して根本的に重要な事柄であつて單に R に比して L の値を出來得る限り小さく取れば良いと云つた様に漠然たるものではなく $\frac{T}{\frac{L}{R}}$ の値が1より小と決してなつてはならないのである。然らば若し $A=0$ ならば如何なる結果を得るかを次に考へて見る。

(ハ) $a < 1$ $A=0$ の場合

$A=0$ とすれば(19)式の積分常數は零となり又(24)式中の Ay^{a-1} なる項は存在しない。

それで今(24)式に $A=0$ と置けば

$$(1+\delta)Q_{1(t)} - \delta Q_{2(t)} = 0 \quad \text{より}$$

$$\delta = -\frac{1}{1 - \frac{Q_{2(t)}}{Q_{1(t)}}} \quad \dots\dots\dots(29)$$

を得る。然るに $Q_{2(t)}$ 及 $Q_{1(t)}$ は(11)及(12)式の $P_{1(t)}$ $P_{2(t)}$ の如く ($+a$ 及 $+a_0$ の代りに $-a$ 及 $-a_0$ と置く事により)

$$\left. \begin{aligned} Q_{2(t)} &= -a^2(1-a) \cdot \Gamma(a) \cdot \Gamma(-a) \cdot S_1 \\ Q_{1(t)} &= -a^2 \Gamma(a) \Gamma(-a) \cdot S_2 \\ \text{こゝに} \\ S_1 &= 1 - \frac{1-a}{1! 2!} a_0 + \frac{(1-a)(2-a)}{2! 3!} a_0^2 \\ &\quad - \frac{(1-a)(2-a)(3-a)}{3! 4!} a_0^3 + \dots\dots\dots \\ S_2 &= \frac{1}{2} - \frac{2-a}{1! 3!} a_0 + \frac{(2-a)(3-a)}{2! 3!} a_0^2 \\ &\quad - \frac{(2-a)(3-a)(4-a)}{3! 5!} a_0^3 + \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots(30)$$

である故 $\frac{S_2}{S_1} = \lambda$ とすれば

$$\delta = -\frac{1}{1 - (1-a)\lambda}$$

となし得る。然るに又一方

$$\delta = \frac{\eta_{z1}}{\eta_{z0}} - 1$$

なる故

$$\frac{\eta_{z1}}{\eta_{z0}} = -\frac{(1-a) \cdot \lambda}{1 - (1-a) \cdot \lambda} \quad \dots\dots\dots(31)$$

となり最後に(28)式に $\eta_{z1} = -\frac{(1-a) \cdot \lambda \cdot \eta_{z0}}{1 - (1-a)\lambda}$ を入れると

$$\left(\frac{di_z}{dx}\right)_{x=1} = 2Ja\eta_{z0} \frac{\lambda}{1 - (1-a)\lambda} \quad \dots\dots\dots(32)$$

を得る。

即ち(24)式に於て $A=0$ なる條件に於ては η_{z0} 及 η_{z1} そのものが決定されるのではなく、(31)式に與へられるその比が定められて従つて整流磁場の彎曲する角度が決定されるに過ぎない事を注意しなければならない。然し $\left(\frac{di_z}{dx}\right)_{x=1}$ が有限値なる時、一例として特に $i-$ 曲線が正切的に初まる場合即ち $\left(\frac{di_z}{dx}\right)_{x=1} = 2J$ なる値を取る時は

$$\left. \begin{aligned} \eta_{z0} &= \frac{1}{a\lambda} - \frac{1-a}{a} \\ \text{及 } \eta_{z1} &= -\frac{1-a}{a} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

となり、斯の如く $\left(\frac{di_z}{dx}\right)_{x=1}$ が或る定まつた値の時には η_{z0} 及 η_{z1} は決定し得るのである。故に $A=0$ なる條件に於ては一般解に對しての本質的な限界もなければ又それを利用する際に實際上の困難をも生じては來ないのである。

(ニ) $a=1$ なる場合

この場合には(20)式及(24)式よりは求め得られない故、(10)式から出發しなければならない。 $a \geq 1$ の時と同様の道程を経て結局

$$\frac{di_z}{dy} = 2J\eta_{z0} \left[1 + \delta - \delta y + \frac{\epsilon^y (1+y(1-y))}{(1-y)^2} \{-B + ((1+\delta)\log y - yM) + (1+2\delta) \cdot \epsilon^y - \delta y^2 \cdot N\} \right] \dots\dots\dots(34)$$

を得る。こゝに

$$B = -(1+\delta) \cdot M_{(1)} - \delta N_{(1)} + (1+2\delta) \cdot \epsilon$$

$$M = 1 - \frac{y}{2 \cdot 2!} + \frac{y^2}{3 \cdot 3!} - \frac{y^3}{4 \cdot 4!} + \dots, M_{(1)} = M_{y=1}$$

$$N = \frac{1}{2} - \frac{y}{3} + \frac{y^2}{4 \cdot 2!} - \frac{y^3}{5 \cdot 3!} + \dots, N_{(1)} = N_{y=1}$$

を表はす。(34)式に於て $x=1$ とすれば

$$\left(\frac{di_z}{dx}\right)_{x=1} = -\left(\frac{di_z}{dy}\right)_{y=0} = \infty \dots\dots\dots(35)$$

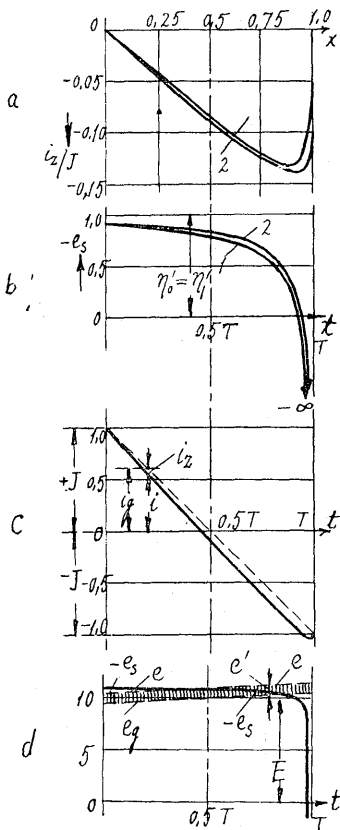
$$1 + \delta = 0 \text{ 或は } \eta_{z1} = 0 \text{ の時 } = 2J\eta_{z0}N_{(1)} \dots\dots(36)$$

となる。

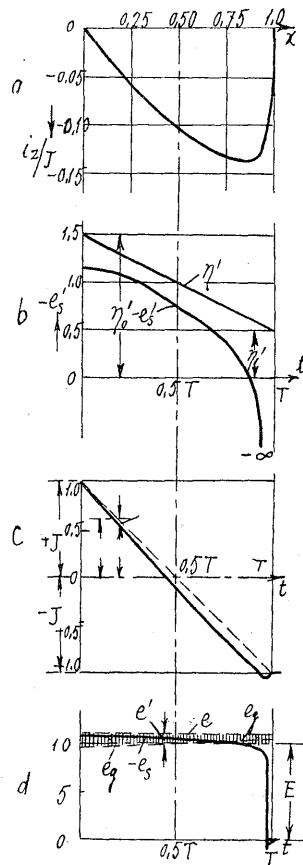
次に上に求めた諸式に数値を入れて i_z, e_s, i 及 e 等の曲線の状態を調べる。先づ $a < 1$ なる場合に就て考へ

$$a = 0.1, a_0 = \gamma \cdot a = 0.1, E_r = -\frac{2JR}{a} = -\frac{1}{0.1} = -10V$$

とする。尤も $a_0 = 0.1$ 即ち $\gamma = 1$ なる様な事は實際の機械に於ては滅多にない事ではあるが(通常 γ は 0.3—0.65 の値を取る)こゝではその影響が少ない故に簡



第四圖 轉移曲線圖



第五圖 轉移曲線圖

單にする爲めに取つたのである。

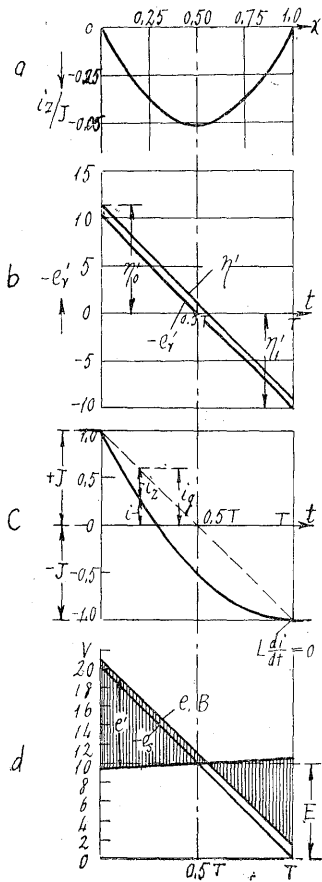
○ $\eta_{z0} = \eta_{z1} = 1, e_{z0} = e_{z1} = 1V, \delta = 0$ にして附加整流磁場の一定なる場合——

この場合には

$$e_0 = 9.5V, e_1 = 10.5V$$

となり、附加短絡電流 i_z は全短絡電流 i と共に最初は全體直線的に進むが整流の最後に近づくに従つて急に彎曲し不安定なる状態に於て最終値に達する。

$\left(\frac{di_z}{dx} \text{ 及 } \frac{di}{dx} = \infty\right)$ この場合には轉移曲線の直線轉移との異りは左程大きくはないのではあるが、刷子後部に火花が発生するのである。第四圖は之等の有様を示してゐる。圖中 a は附加短絡電流 i_z の、b は自己誘導電壓 $e_s = L \frac{di_z}{dt}$ の(曲線 1 は $\gamma = 1$ に對するもの 2 は $\gamma = 0$ に對するものである。) c は全短絡電流 i の夫々轉移曲線を示し、d は全短絡電流 i に於ける整



第六圖 轉移曲線圖

流起電力及自己誘導電壓曲線を表はしてゐる。

$$\eta_{z0}=1,5, \eta_{z1}=0,5 \quad \delta = -\frac{2}{3}, \eta_0 = \eta_1 = 11$$

$e_0 = e_1 = 11V$ にして全整流磁場の一定なる場合——

(第五圖)

この場合の i_z 及 i の経路は第四圖 a, b と同様であり、何等相違がない。只僅に e_0 の形が少し變つてゐるに過ぎない。矢張り最後に非常に大きい値となり火花を發生し、整流作用不良の状態である。

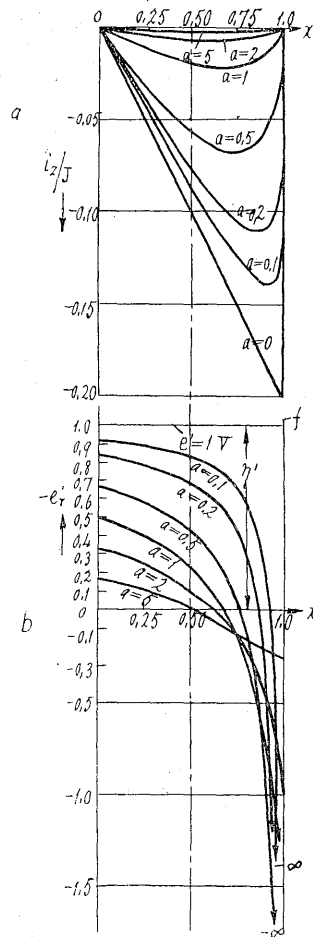
$$\delta = -\frac{1}{1-(1-a)\lambda} = -1,788, \lambda = \frac{S_2}{S_1}$$

$\lambda = 0,49, \eta_{z0}=11,4, \eta_{z1}=-9$ の場合——(第六圖)

即ち正切的に整流を終る $\left(\left(\frac{di}{dx}\right)_{x=1}=0\right)$ 例である。勿論斯の如き傾斜を有する整流磁場 e を與へる爲には技術上非常なる困難を有するものであるが、若し $\left(\frac{di}{dx}\right)_{x=1}$ の値を 0 と $-2J$ の間の或値を與へる事で満足するならば $-e_0$ と e 直線とは僅かに其傾斜を異

にする様に實現は可能であつて、勿論整流作用は良好である。

次に $a=1$ 及 $a>1$ なる場合を考へる。實際上には $a \geq 1$ なる状態は存在し得ないのであるがこのでは第七圖に示す如き二つの曲線群を以て其特種な數字例を與へる。即ち a の影響を明瞭にせんとしたのである。こゝでは $e_{z0}=e_{z1}=1$ 及 $a_a=0$ としてゐる。 a が小さくなるに従ひ、即ち $a = \frac{RT}{L}$ であるから換言すれば R が小となる程、最大値は次第に大となり傾斜の程度は急になつてゐる。そして最後に $a=0$ (或は $R=0$) に於ては電流曲線は一直線となり尖つた先端に於て流れ去るのである。これは圓滑に電流が切斷される一つの場合である。



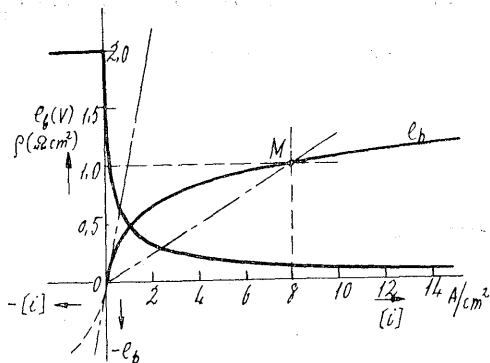
第七圖

6. a 及 σ の價值

上に述べ來つた整流理論の結果によれば、之を一口に云へば火花なしの整流は全く特別なる場合の他は出來ないと云ふ事になる。前に述べた如く $a > 1$ なる條件は實際にはなく、理論上最も重要性を有すべき a は只整流作用の一小部分に關與するのみとなる。更に實際作られる機械の場合には刷子は整流子片を一枚だけ蔽ふのみである事は稀である。それ故今 $\beta = \frac{b}{\tau_k}$ (b = 刷子の幅 τ_k = 整流子片ピッチ) とすれば $\beta = 2$ の場合には $(1-a)$ の場所へ $(\sigma-a)$ を持つて來なければならぬ。こゝに $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L^2}$ であり M は同時に整流される二個の巻線間の相互誘導係數でを表はしてゐる。又 $\beta > 2$ の場合には σ は $f(\sigma)$ なる多くの漏洩係數の函數を以て置換えなければならぬ。然るに σ 及 $f(\sigma)$ の値は高々 0.75-0.6 の如き値である爲め a の豫定せる値と實際の値との異りは小であるとなし得る。 $\beta > 1$ なる場合に就て微分方程式を解く事は甚だ困難ではあるが、實際の有溝電機子の場合には決して $L=M$ 即ち $\sigma=0$ なる時を除いては i 及 e_s の曲線は $\beta > 1$ の場合に於ても $\beta=1$ の時と同じ様な形を取る事は想像が出来る。

7. 刷子接觸抵抗の影響

今迄は刷子接觸抵抗は一定不變なりとしたのであつたが、全ての機械が非常に小さい a の値を有し乍ら尙良好なる整流作用を行つてゐるのは炭素黒鉛刷子の性質によるのである。刷子比抵抗 ρ は電流密度 $[i]$ の



第八圖 刷子特性圖

或る函數であり、從つて刷子接觸面に於ける電壓降下 e_b も電流密度により變化をするのである。それは第八圖に示す曲線を描く。今 ρ を

$$\rho = \frac{e_b}{[i]} \dots\dots\dots(37)$$

とし双曲線に似た一の経路を取るものとする。この比は只刷子の不変状態に於てのみ求め得られるものなる故に時間的の平均値として取扱ふ事とする。然し乍ら實際整流の場合には事柄は全く異つて來るのである。即ち電流密度は整流周期中一定ではない。故に第八圖の $\rho = f([i])$ はこの場合には利用出來なくなる。それでこゝでは抵抗整流の場合を考へ、第九圖 b 及 c に示す交點 P に於て電流密度が零となる過整流の場合を考へると、この電流密度の反轉は整流周期最終の直前に起る故に、抵抗整流なるもの、意義を更に明確にする事が出来るが、この場合その直前に於ては非常に早く且強い ρ が生じ $\frac{L}{R} > T$ なる状態にはならず、從つて $\frac{di}{dt}$ が或値を保つてゐると考へると、その時には微分方程式の積分より得た結果が $(R=一定)$ 實際の場合によく當はまる。そうして最後に R の變化を入れて修正すれば良い。

この場合二つのライザー電流の中の一つ例へば i_1 を獨立變數として基礎方程式を作れば次の如くなる。

$$L \cdot \frac{di_1}{dt} + (J - i_1) R + i_1 r_1 - i_2 r_2 = e \dots(38)$$

電流密度は $[i_1] = \frac{i_1}{f_1}$ であり $[i_2] = \frac{i_2}{f_2}$ 又 $r_1 = \frac{\rho}{f_1}$, $r_2 = \frac{\rho}{f_2}$ なる故 $i_1 r_1 = [i_1] \cdot \frac{\rho}{f_1^2}$
 $= [i_1] \cdot \rho_1$ $i_2 \cdot r_2 = [i_2] \cdot \frac{\rho}{f_2^2} = [i_2] \cdot \rho_2$ とすれば(38)式の $i_1 \cdot r_1 - i_2 \cdot r_2$ は $[i_1] \cdot \rho_1 - [i_2] \cdot \rho_2$ にて置換へる事が出来る。更に周期 T を細分して $\Delta t = \frac{T}{n}$ なる n 等分の Δt を取り、之に對する Δi_1 を與へる時は

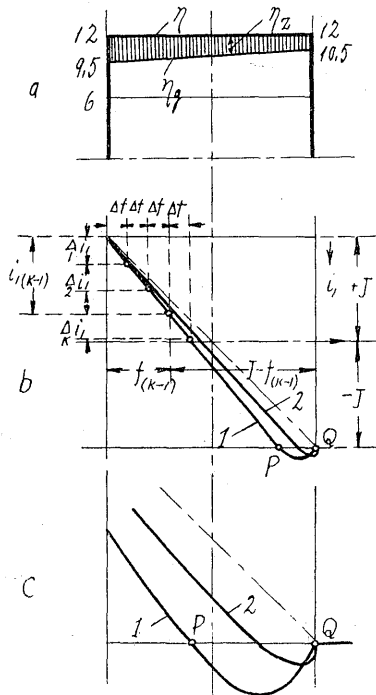
$$\Delta i_1 = \frac{2J}{n} \cdot a \left[\eta - \gamma \frac{J - i_1}{2J} \right]$$

$$\left. \frac{[i_1] \rho_1 - [i_2] \cdot \rho_2}{2JR} \right\} \dots \dots \dots (39)$$

を得る。この場合 $a = \frac{RT}{L}$ は只全蔽の際に於ける刷子接觸抵抗Rに對して得る値である事に注意しなければならぬ。(39)式は任意の値例へば $n=k$ なる時には $\sum_1^{k-1} \Delta i_1 = i_1(k-1)$ として求められる。又

$$[i_1] = \frac{i_1(k-1)}{f(k-1)}, [i_2] = \frac{2J - i_1(k-1)}{F - f(k-1)}$$

となり $\{[i_1] \rho_1 - [i_2] \cdot \rho_2\}_{(k-1)}$ は第八圖及第九圖bより求め得られる。 Δi_1 の最初の値は(26)式を用ひ



第九圖 轉移曲線圖

$$\Delta i_1 = \frac{2J}{n} \cdot \frac{a}{a+1} \left(1 + \gamma_0 + \frac{\gamma}{2} \right) \dots (40)$$

となる。斯の如く細分して求める方法は η に對しても亦任意の曲線を選ぶ事が出来、早く結果に到達し得

る。殊に轉移曲線を最初の部分は直線的に取り又を非常に大きい數にすればその効果は著しい理である。第九圖 b c の曲線1は $\eta=12, \eta_{20}=2.5, \eta_{21}=1.5, a=0.1, \gamma=1$ の時のもので ρ は第八圖の $f(i)$ より採つた値である。曲線2は $\rho=0.125 \Omega \text{cm}^2$ を一定とした場合の(14)式による轉移曲線を示してゐる。即ち曲線2は第八圖に示す OM なる直線 ($\rho=$ 一定) に従つて出来たものであり、曲線1は e_b - 曲線に従つて $[i_1] \cdot \rho_1 - [i_2] \cdot \rho_2$ の僅かな相違を考へに入れて作られた曲線である。左へ曲線が延びたのは整流作用が早められた事を示してゐる。 $[i_2]=0$ なる交點Pから曲線2は次第に行進方向を變じ初めある最高値に達し最終點Qに至るが、曲線2の如くに $\left(\frac{di}{dt} = \infty\right)$ 垂直ではなく $i=-J$ なる水平線に對しては適度な傾斜を有してゐる。この効果は第九圖aにて影を附けた様な過整流の場合なるに關はらず、刷子が單に約0.2ミリセコンドの間 $\rho_{d1}=0=2 \Omega \text{cm}^2$ なる値を持続すれば、Q點に達する事が出来火花の發生を防げるので、勿論整流磁場の形狀を理想的な場合に近付ける事に依つて、その傾斜も更に少なくし得る。この $\beta=1$ の場合に求めた例を擴張して他の全て $\beta>1$ の場合に於ける炭素黒鉛刷子の作用を容易に想像し得るであらう。炭素黒鉛刷子が斯の如くに整流周期Tの終りに近づくに従ひ自動的にその抵抗を増すと云ふ事が整流を火花なしに行はしめるに非常な利益を與へてゐるのである。故に我々が火花發生の限度として取扱つてゐる所謂リアクタンス電壓 E_r なるものも結局最後には單に $[i]$ 及 $\frac{d[i]}{dt}$ の或る函數であると云ひ得るであらう。



*本誌に記載されている会社名および製品名は、それぞれの会社が所有する
商標または登録商標である場合があります。