

# 原子力

## 黒鉛減速形非均質炉におけるセル内熱中性子分布の解析

設計部原子力課 中野秀男

### Analysis of Thermal Neutron Flux Distribution in a Cell for Graphite Moderated, Heterogeneous Reactors

By Hideo Nakano  
(Atomic Energy Sect., Design Dep't.)

#### Synopsis

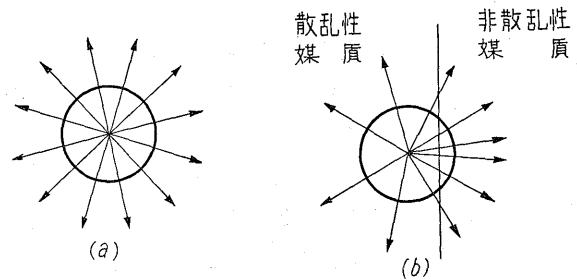
For heterogeneous reactors with natural or enriched fuel separate from the moderator, the neutron distribution in a lattice cell is not sufficiently well described by the diffusion theory but necessitates the use of complicated methods because the neutron distribution is changing appreciably over a cell. In general the analysis by the diffusion theory is apt to underestimate the distortion of the neutron distribution. This paper describes the calculation of the neutron distributions in a lattice cell for graphite moderated, heterogeneous reactors with hollow fuel, by the spherical harmonics method considering the existence of the coolant channel and touches upon how to calculate by digital computers in practice.

#### I. ま え が き

非均質炉における格子セル内部の熱中性子束分布は、燃料、減速材およびそのほかの材料に吸収される中性子の割合をきめ、反応の際の中性子の増倍率や炉の臨界寸法、または熱出力分布などを求めるときに必要となる重要な因子の一つである。しかしこの熱中性子束分布など炉内における中性子のふるまいを、中性子のエネルギーや場所の関数として正確に求めることは不可能なため、いろいろな近似式が考えられているが、実際には未臨界実験装置などから得られる実験的な数値と近似式を用いて、原子炉理論の筋道に乗せた核計算により求める場合が多い。ここでは中空燃料を用いた天然ウラン-黒鉛減速形非均質炉のセル内部熱中性子束分布を近似式としては、比較的近似度の高い輸送理論による方程式を球面調和関数に展開したいわゆる「 $P_3$  近似法」を用いて解析したので、その結果について報告するとともに計算機による具体的解法についても述べるものである。

#### II. 「 $P_3$ 近似法」とは

炉内の中性子のふるまいに対する理論的な解析には拡散理論、輸送理論など種々の取り扱いがあるが、比較的簡単によく使われる拡散理論は中性子の速度ベクトルの角度分布が等方的であるか、あるいはほとんど等方的に近いという仮定のもとに、中性子は密度の高い所から低い所へ移ってゆくとして取り扱ったものである。しかしこの場合、中性子の速度ベクトルが等方的であるためには、炉内の媒質中における中性子吸収が非常に弱い場合



(a) 等価的な場合 (b) 非等価的な場合

第1図 中性子の速度ベクトル

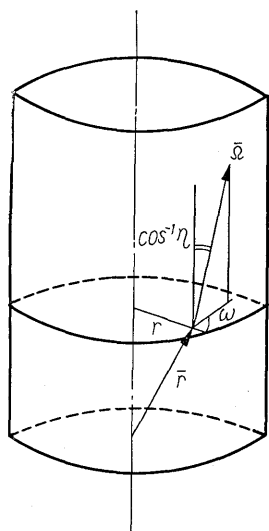
Fig.1. Velocity vectors of neutrons

や境界にあまり近くない場合で現実にはこのような場合はほとんど存在せず、第1図に示すように中性子はある方向の指向性をもっている。特にセル内部の熱中性子束分布を考えるような時には、境界も多くまた各媒質中における中性子吸収の度も大幅に異なるため、どうしても問題にする体積要素のなかにある全中性子の各瞬間の速度ベクトルを考慮に入れた輸送理論による解析が必要となってくる。 $P_3$  近似法とはこの輸送理論から出発したものであり、すなわち一般に単一エネルギーの中性子に対する輸送方程式は中性子の保存から次式で与えられる。

$$\text{div } \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_T \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{\Omega'} N_s \sigma_s(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}') d\Omega' + S(\vec{r}, \vec{\Omega}) \dots \dots \dots (1)$$

(1) 式において左辺の第1項および第2項は立体角要素  $d\Omega$  の向きに毎秒でていく中性子の数、および吸収と散乱によって毎秒もち去られる中性子の全個数に関する項であり、また右辺の第1項および第2項は、 $d\Omega'$  の立体

角要素中にある中性子のうち散乱によって  $\Omega$  のまわりの  $d\Omega$  に毎秒はいつてくる中性子の数, および毎秒生まれてくる中性子の数を意味するものである. いま取り扱う系が無限に長い円筒形であるとして, 中性子の運動方向を示す単位ベクトル ( $\bar{\Omega}$ ) と位置ベクトル ( $\bar{r}$ ) にて表わされる  $\phi(\bar{r}, \bar{\Omega})$  を, 第2図のように  $\bar{r}$  の点から円筒の軸への垂線  $r$ ,  $\bar{\Omega}$  の軸上への投影  $\eta$  および  $\bar{\Omega}$  の軸に垂直な平面上への投影線と  $\bar{r}$  の点から軸への垂線とのなす角  $\omega$  の関数として示せば(1)式は



第2図 ( $\bar{r}, \bar{\Omega}$ ) と  $(r, \omega, \eta)$  の関係  
Fig. 2. Relation between  $(\bar{r}, \bar{\Omega})$  and  $(r, \omega, \eta)$

$$\cos \omega (1-\eta^2)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\sin \omega (1-\eta^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \omega} + \frac{\phi(r, \eta, \omega)}{l_i} \\ = \frac{S(r)}{4\pi} + \frac{1}{2\pi} \int \sigma_s(\mu_0) \cdot \phi(r, \eta', \omega') d\omega' d\eta' \dots (2)$$

のようになる. ただし生まれてくる中性子の速度ベクトルの角度分布は等方的であるとし,  $\mu_0$  は散乱角の余弦を示す. なお  $\phi(r, \eta, \omega)$  は  $\eta$  と  $\omega$  の偶関数なので, これを球面調和関数で展開し  $P_3$  の項までとれば下記(3)式のごとくなる.

$$\phi(r, \eta, \omega) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \phi_{00}(r) + \sum_{\substack{n \geq 1 \\ 0 \leq m \leq n \\ n+m = \text{even}}} 2(2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \right. \\ \left. \phi_{mn}(r) P_n^m(\eta) \cos m\omega \right\} \\ \approx \frac{1}{4\pi} \left[ \phi_{00}(r) + 3 \cos \omega \cdot P_1^1(\eta) \phi_{11}(r) \right. \\ \left. + 5 \left\{ P_2(\eta) \phi_{02}(r) + \frac{1}{12} P_2^2(\eta) \phi_{22}(r) \right. \right. \\ \left. \left. \cdot \cos 2\omega \right\} + 7 \left\{ \frac{1}{6} P_3^1(\eta) \phi_{13}(r) \right. \right. \\ \left. \left. \cdot \cos \omega + \frac{1}{360} P_3^3(\eta) \phi_{33}(r) \cdot \cos 3\omega \right\} \right] \dots (3)$$

いま  $\phi_{mn}(r)$  に関する方程式を得るために (2) 式に

(39)

$P_n^m(\eta) \cdot \cos m\omega$  をかけ,  $\eta(-1 \leq \eta \leq 1)$ ,  $\omega(0 \leq \omega \leq 2\pi)$  について積分し, かつ散乱断面積  $\sigma_s(\mu_0)$  を球面調和関数の第3項まで展開すれば, 任意の位置  $r$  におけるモーメント  $\phi_{mn}(r)$  は次式のようにまとめることができる.

$$\left. \begin{aligned} \phi_{00}(r) &= \sum_{i=1}^2 \{ A_i \cdot I_0(r_i x) + B_i \cdot K_0(r_i x) \} + l_i \cdot S \\ \phi_{11}(r) &= \sum_{i=1}^2 G_1(r_i) \{ A_i \cdot I_1(r_i x) - B_i \cdot K_1(r_i x) \} \\ \phi_{02}(r) &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 G_2(r_i) \{ A_i \cdot I_0(r_i x) \\ &\quad + B_i \cdot K_0(r_i x) \} + M I_0(\beta x) + N K_0(\beta x) \\ \phi_{22}(r) &= 3 \sum_{i=1}^2 G_2(r_i) \{ A_i \cdot I_2(r_i x) + B_i \cdot K_2(r_i x) \\ &\quad + 2 M I_2(\beta x) + 2 N K_2(\beta x) \} \\ \phi_{13}(r) &= -\frac{3}{2} \sum_{i=1}^2 G_3(r_i) \{ A_i \cdot I_1(r_i x) - B_i \cdot K_1(r_i x) \} \\ &\quad - \frac{5 a_2}{\beta} \{ M \cdot I_1(\beta x) - N \cdot K_1(\beta x) \} \\ \phi_{33}(r) &= 15 \sum_{i=1}^2 G_3(r_i) \{ A_i \cdot I_3(r_i x) - B_i \cdot K_3(r_i x) \} \\ &\quad - \frac{30 a_2}{\beta} \{ M \cdot I_3(\beta x) - N \cdot K_3(\beta x) \} \end{aligned} \right\} (4)$$

ただし  $A_i, B_i, M, N$  は境界条件によって定められる係数であり, なお

$$\left. \begin{aligned} G_1(r_i) &= -\frac{a_0}{r_i} \\ G_2(r_i) &= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{a_0 a_1}{r_i^2} \\ G_3(r_i) &= \frac{5 a_2 + 4 a_0}{6 r_i} - \frac{5}{2} \frac{a_0 a_1 a_3}{r_i^3} \\ \beta &= \sqrt{7 a_2 a_3} \\ a_i &= 1 - \frac{\sum_s \bar{P}_i(\mu''^s)}{\sum_t} \\ \bar{P}_0(\mu'') &= 1, \quad \mu'' = \frac{2}{3A} \\ \bar{P}_1(\mu'') &= \mu'' \\ \bar{P}_2(\mu'') &= \frac{1}{2} (3\mu''^2 - 1), \\ \mu''^2 &= \frac{1}{4} (3 - A^2) + \frac{1}{8} \frac{(A^2 - 1)^2}{A} l_n \frac{A+1}{A-1} \end{aligned} \right\} (5)$$

また  $r_1, r_2$  は下記二次方程式の根である.

$$9X^2 - (35 a_2 a_3 + 28 a_0 a_3 + 27 a_0 a_1) X \\ + 105 a_0 a_1 a_2 a_3 = 0 \dots (6)$$

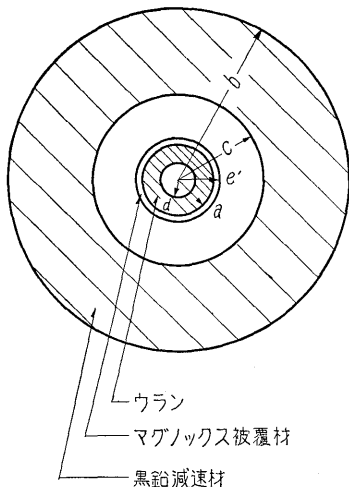
したがって(4)式中の未知係数  $A_i, B_i, M, N$  を境界条件から求めることによって, 各位置における全中性子束密度  $\phi_{00}(r)$  を求めることができるし, また(3)式から中性子密度  $\phi$  の角度分布をも知ることができる.

### III. 中空燃料を用いた天然ウラン—黒鉛減速形非均質炉におけるセル内部の熱中性子束分布

IIで述べた  $P_3$  近似法を用いて、このたび東海村に建設される中空燃料を用いた天然ウラン—黒鉛減速形 150 MW炉を対象として、セル内部の熱中性子束分布を解析してみよう。第3図はこの炉の単位セルの内部構成を示すものであるが、解析のためにつぎのような仮定が考慮されている。すなわち

- 1) 黒鉛スリーブと黒鉛減速材間のエアギャップは無視し、黒鉛密度が等価的に減少したものとみなした。
- 2) マグノックス被覆材の形状は実際にはフィンのついた複雑な形状になっているが、ここでは体積が等しくなるような等価的な円筒管を考慮した。
- 3) 円筒状の単位セルは無限に長いものとし、黒鉛スリーブと黒鉛減速材間のエアギャップから炉外への中性子の流れはない。
- 4) 燃料要素を積み重ねることによる軸方向のウランの不連続部は無視し、制御棒、熱電対などの存在は考慮しない。
- 5) セルからセルへの中性子の流れはないものとし、熱中性子は黒鉛の中で一様に発生するものとした。

したがって(4)式から得られるセル内部各領域ごとのモーメントの式から、各領域の境界にてモーメントが等しいこと、およびセルの外径部とウラン燃料の内径部において中性子の流れがないという境界条件から各領域中におけるモーメントの未知係数を算出することができ、したがってセル内部の熱中性子束の微細構造を知ることができる。しかしここで特に注意しなければならないことはセル内部に炭酸ガス冷却材を通すためのエアギャップ部があるということで、この場合にはエアギャップ部で



第3図 格子セルの構成

Fig. 3. Construction of a lattice cell

の中性子の平均自由行程がほとんど無限大に近くなるため、エアギャップ部のモーメントを(4)式から求めることはできない。このため中性子の平均自由行程が無限大であるような媒質中におけるモーメントを考える必要がある。まず(2)式において  $\sum r, \sum s$  が零、またこの部分での熱中性子の発生はないことより(2)式は

$$\cos \omega \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \sin \omega \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \dots\dots\dots(7)$$

となる。この式の両辺に  $P_1^1(\eta)$  をかけ  $\eta (-1 < \eta < 1)$ ,  $\omega (0 \leq \omega \leq 2\pi)$  について積分すれば、 $\phi_{11}(r)$  に対しては

$$\frac{d\phi_{11}(r)}{dr} + \frac{1}{r} \phi_{11}(r) = 0$$

から  $\phi_{11}(r) = \frac{A}{r}$  (ただし  $A$  は定数)

$$e \cdot \phi_{11}(e) = c \cdot \phi_{11}(c) \dots\dots\dots(8-1)$$

同様に(6)式の両辺に  $P_3^1(\eta)$  をかけ  $\eta, \omega$  について積分すれば  $\phi_{13}(r) = \frac{B}{r}$  (ただし  $B$  は定数)

$$e \cdot \phi_{13}(e) = c \cdot \phi_{13}(c) \dots\dots\dots(8-2)$$

また(6)式に  $P_3^3(\eta) \cos 3\omega / \cos \omega$  をかけ積分すれば

$$\phi_{33}(r) = \frac{1}{r^3} \left\{ \frac{1}{2} r^2 (24A - 4B) + D \right\} \text{ (ただし } D \text{ は定数)}$$

から

$$e^3 \{ \phi_{33}(e) - 12\phi_{11}(e) + 2\phi_{13}(e) \}$$

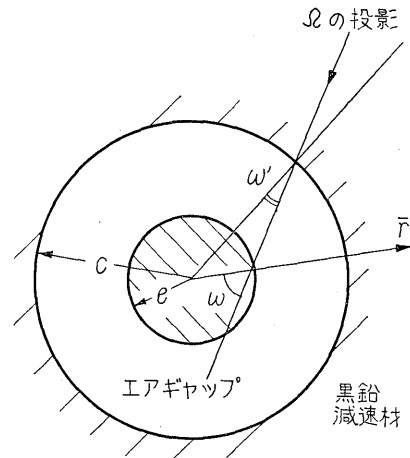
$$= c^3 \{ \phi_{33}(c) - 12\phi_{11}(c) + 2\phi_{13}(c) \} \dots\dots\dots(8-3)$$

つぎに第4図のように黒鉛減速材からエアギャップ部を通して被覆材に入ってくるような中性子を考えてみると

$$\phi(\eta, \omega, e) = \phi(\eta', \omega', c)$$

一方第4図からわかるように

$$\frac{c}{\sin \omega} = \frac{e}{\sin \omega'} \text{ から } \omega = \sin^{-1} \left( \frac{c}{e} \sin \omega' \right)$$



第4図  $\omega$  と  $\omega'$  の関係  
Fig. 4. Relation between  $\omega$  and  $\omega'$

したがって

$$\phi(\omega', \eta, c) = \phi \left[ \sin^{-1} \left( \frac{c}{e} \sin \omega' \right), \eta, e \right] \dots (8-4)$$

となる。しかしこの式が成り立つのは黒鉛減速材からエアギャップ部に入った中性子が、被覆材に入る場合で  $\sin^{-1} \frac{e}{c} \geq \omega' \geq 0$  の範囲である。ところが  $\frac{\pi}{2} \geq \omega' \geq$

$\sin^{-1} \frac{e}{c}$  のような範囲では黒鉛減速材からエアギャップ部に入った中性子は被覆材をたたかずに、再び黒鉛減速材にもどることになるため

$$\phi(\omega', \eta, c) = \phi(\pi - \omega', \eta, c)$$

$$\text{ただし } \frac{\pi}{2} \geq \omega' \geq \sin^{-1} \frac{e}{c} \dots (8-5)$$

となる。いま(8-4)、(8-5)の両辺に  $P_n^m(\eta) \cos m \omega'$  を掛け  $\omega'$  の適当な範囲について積分すれば、エアギャップの内側と外側におけるモーメントの(8-1)、(8-2)、(8-3)以外の三つの関係式を得ることができる。

すなわち

$$\begin{aligned} & -\pi \phi_{00}(e) + 2\pi \phi_{11}(e) + \frac{5\pi}{8} \phi_{02}(e) - \frac{5\pi}{16} \phi_{22}(e) \\ & = -\pi \phi_{00}(c) + 4 \left( \frac{c}{e} \right) \left[ \sin^{-1} \left( \frac{e}{c} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left( \frac{e}{c} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{e}{c} \right)^2} \right] \phi_{11}(c) + \frac{5\pi}{8} \phi_{02}(c) \\ & \quad + \frac{5\pi}{16} \left( \frac{2e^2}{c^2} - 3 \right) \phi_{22}(c) + \frac{28}{45} \left( 1 - \frac{e^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \phi_{33}(c) \dots \\ & \dots (8-6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -3\pi \phi_{00}(e) - \frac{105\pi}{4} \phi_{02}(e) + \frac{5\pi}{8} \phi_{22}(e) + 16\pi \phi_{13}(e) \\ & = -3\pi \phi_{00}(c) - \frac{105\pi}{4} \phi_{02}(c) + \frac{5\pi}{8} \left( \frac{3c^2 - 2e^2}{c^2} \right) \phi_{22}(c) \\ & \quad + 32 \left( \frac{c}{e} \right) \left[ \sin^{-1} \left( \frac{e}{c} \right) + \left( \frac{e}{c} \right) \sqrt{1 - \frac{e^2}{c^2}} \right] \phi_{13}(c) \\ & \quad - \frac{32}{15} \left( 1 - \frac{e^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}} \phi_{33}(c) \dots (8-7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 45\pi \left[ \frac{4e^2}{3c^2} - 1 \right] \phi_{00}(c) - 384 \left( 1 - \frac{e^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}} \phi_{11}(c) \\ & \quad + \frac{225\pi}{4} \left( \frac{4e^2}{3c^2} - 1 \right) \phi_{02}(c) + \frac{375\pi}{8} \left[ 1 - \frac{2e^2}{c^2} + \frac{8e^4}{5c^4} \right] \\ & \quad \phi_{22}(c) + 64 \left( 1 - \frac{e^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}} \phi_{13}(c) \\ & \quad + 16 \left[ \pi \frac{c}{e} - \frac{c}{e} \sin^{-1} \left( \frac{e}{c} \right) + \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{e^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \quad \left. \left\{ 16 \frac{e^2}{c^2} \left( 1 - \frac{e^2}{c^2} \right) - 3 \right\} \right] \phi_{33}(c) \\ & = 45\pi \left[ \frac{4e^2}{3c^2} - 1 \right] \phi_{00}(e) + 96\pi \left( 1 - \frac{e^2}{c^2} \right) \phi_{11}(e) \end{aligned}$$

(41)

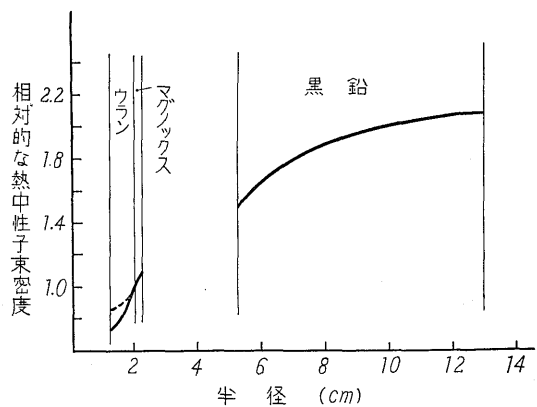
$$\begin{aligned} & - \frac{225\pi}{4} \left( 1 - \frac{4e^2}{3c^2} \right) \phi_{02}(e) \\ & \quad + \frac{375\pi}{8} \left\{ \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{e^2}{c^2} \right) \left( 3 - \frac{4e^2}{c^2} \right) + \frac{c^2}{e^2} - 2 \right. \\ & \quad \left. + \frac{8e^2}{5c^2} \right\} \phi_{22}(e) - \pi \left( 1 - \frac{e^2}{c^2} \right) \phi_{13}(e) + \frac{\pi e^2}{2c^2} \phi_{33}(e) \\ & \dots (8-8) \end{aligned}$$

したがってウラン被覆材、減速材中にてそれぞれ(4)式のように表わされるモーメントの式と(8-1)、(8-2)、(8-3)、(8-6)、(8-7)、(8-8)で表わせるエアギャップ部の内側、外側における関係式において境界条件として

- (イ)  $r=a, e, c$  において境界層両側媒質中のモーメント  $\phi_{nm}$  が等しいこと
- (ロ)  $r=b$  において  $\phi(b, \eta, \omega) = \phi(b, \pi, \pi - \omega)$  から  $\phi_{11}^m(b) = \phi_{13}^m(b) = \phi_{33}^m(b) = 0$
- (ハ)  $r=d$  において  $\phi(d, \eta, \omega) = \phi(d, \eta, \pi - \omega)$  から  $\phi_{11}^n(d) = \phi_{13}^n(d) = \phi_{33}^n(d) = 0$

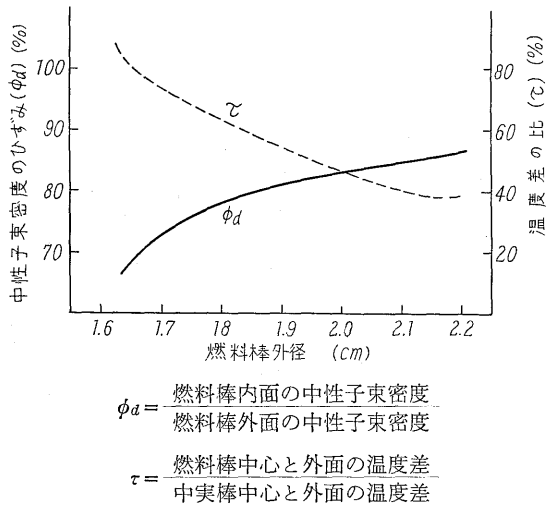
を代入すれば、連立30元1次方程式となりこれを連立に解くことによって、ウラン、被覆材、減速材中におけるモーメントの未知係数18個と  $r=c$  および  $e$  におけるエアギャップ部のモーメントの値12個の値がわかり、セル内部の熱中性子束分布を知ることができる。第5図はその数値計算結果を示すもので、セル内部の寸法としては

- $a=2.03$  cm
- $b=12.90$  cm
- $c=5.21$  cm
- $d=1.185$  cm
- $e=2.63$  cm



第5図 セル内の熱中性子束分布  
Fig. 5. Neutron flux distribution in a cell

の値を使用した。なお解析に使用した計算機は FACOM-128 である。またこの計算コードを用いて、セル半径、チャンネル径を一定にし、ウランと減速材の比が一定であるようにウラン燃料棒の内径および外径を変えた場合の燃料棒内の中性子束分布のひずみおよび燃料棒内面と外面との温度差の比を計算したが、その結果は第 6 図のごとくである。これより燃料棒内径を大きくして肉薄にするほど、中性子束分布のひずみは少なく、燃料棒内面と外面の温度差が小さくなることがわかる。このように燃料棒の内径を大きくして肉薄にすることは、熱中性子利用率は大きくし、また熱的にも有利であるけれども、共鳴をのがれる確率 ( $\rho$ ) や、はやい中性子による分裂効果 ( $\epsilon$ ) が減って中性子増倍率は小さくなる。



第 6 図 燃料棒内における中性子束密度のひずみと温度差  
 Fig. 6. Distortion of neutron flux density and temperature difference in fuel rods

IV. 計算機による具体的解析法

III で述べたように第 3 図のような構成をしたセル内部の熱中性子束分布を求めるときの大きな問題は、各媒質中でのモーメントの未知係数を求めるために、連立 30 元 1 次方程式を解かなければならないことである。しかし実際問題として、上記連立方程式を直接解くことは、必要以上の計算時間を要する上に、この場合のように各定数の大きさが大幅に違うときにはけた落ちの問題もあり得策でない。したがってまず(4)式を次式のように表記する。すなわち

$$\phi_j(r) = \sum_{i=1}^3 a_{ij} [A_i \times I_n(r; x) + B_i \times k_n(r; x)] \dots (9)$$

ただし(9)式中ベッセル関数の次数  $n$  とサフィックス  $j$  との対応は下記のとおりである。

$j$	$n$
0	0
1	1
2	0
3	2
4	1
5	3

また  $\phi_0 = \phi_{00}$ ,  $\phi_1 = \phi_{11}$ ,  $\phi_2 = \phi_{02}$ ,  $\phi_3 = \phi_{22}$ ,  $\phi_4 = \phi_{13}$ ,  $\phi_5 = \phi_{33}$  とすれば、 $\phi_{11}^u(d) = \phi_{13}^u = \phi_{33}^u(d) = 0$  の式から

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^u \\ A_2^u \\ A_3^u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{11}' & u_{12}' & u_{13}' \\ u_{21}' & u_{22}' & u_{23}' \\ u_{31}' & u_{32}' & u_{33}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^u \\ B_2^u \\ B_3^u \end{bmatrix} = 0$$

したがって

$$\begin{bmatrix} A_1^u \\ A_2^u \\ A_3^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}^u & M_{12}^u & M_{13}^u \\ M_{21}^u & M_{22}^u & M_{23}^u \\ M_{31}^u & M_{32}^u & M_{33}^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^u \\ B_2^u \\ B_3^u \end{bmatrix} \dots (10)$$

つぎに、 $r=a$  においてウラン、マグノックス中におけるモーメントが等しいという六つの式に(10)式を代入すれば

$$\begin{bmatrix} B_1^u \\ B_2^u \\ B_3^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^s \\ B_2^s \\ B_3^s \end{bmatrix} \dots (11)$$

$$\begin{bmatrix} A_1^s \\ A_2^s \\ A_3^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}^s & M_{12}^s & M_{13}^s \\ M_{21}^s & M_{22}^s & M_{23}^s \\ M_{31}^s & M_{32}^s & M_{33}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^s \\ B_2^s \\ B_3^s \end{bmatrix} \dots (12)$$

を得ることができる。また  $r=e$  においてマグノックスとエアギャップの六つのモーメントが等しいことと(12)式の関係から

$$\begin{bmatrix} \phi_0^c(e) \\ \phi_1^c(e) \\ \phi_2^c(e) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^s \\ B_2^s \\ B_3^s \end{bmatrix} \dots (13)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_3^c(e) \\ \phi_4^c(e) \\ \phi_5^c(e) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{33} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^s \\ B_2^s \\ B_3^s \end{bmatrix} \dots (14)$$

が成り立つし、 $\phi_{11}^m(b) = \phi_{13}^m(b) = \phi_{33}^m(b) = 0$  から(10)様式同様に

$$\begin{bmatrix} A_1^m \\ A_2^m \\ A_3^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}^m & M_{12}^m & M_{13}^m \\ M_{21}^m & M_{22}^m & M_{23}^m \\ M_{31}^m & M_{32}^m & M_{33}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^m \\ B_2^m \\ B_3^m \end{bmatrix} \dots (15)$$

また(13)、(14)式と同様に、 $r=c$  における黒鉛とエアギャップのモーメントの連続性および(15)式とから

$$\begin{bmatrix} \phi_0^c(c) \\ \phi_1^c(c) \\ \phi_2^c(c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{X}_{11} & \bar{X}_{12} & \bar{X}_{13} \\ \bar{X}_{21} & \bar{X}_{22} & \bar{X}_{23} \\ \bar{X}_{31} & \bar{X}_{32} & \bar{X}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^m \\ B_2^m \\ B_3^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots (16)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_3^c(c) \\ \phi_4^c(c) \\ \phi_5^c(c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} \\ \bar{Y}_{31} & \bar{Y}_{32} & \bar{Y}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^m \\ B_2^m \\ B_3^m \end{bmatrix} \dots\dots\dots(17)$$

最後に(7-1)~(7-3), (7-6)~(7-8)の式と(12), (13), (15), (16)の関係式から

$$\begin{bmatrix} B_1^s \\ B_2^s \\ B_3^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^m \\ B_2^m \\ B_3^m \end{bmatrix} \dots\dots\dots(18)$$

$$\begin{bmatrix} B_1^s \\ B_2^s \\ B_3^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\beta}_{11} & \bar{\beta}_{12} & \bar{\beta}_{13} \\ \bar{\beta}_{21} & \bar{\beta}_{22} & \bar{\beta}_{23} \\ \bar{\beta}_{31} & \bar{\beta}_{32} & \bar{\beta}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^m \\ B_2^m \\ B_3^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(19)$$

が得ることができる。ただし(10)~(19)式において  $M, X, Y, \alpha, \beta, b$  はマトリックス要素を示す定数である。したがって(18), (19)より  $B_1^m, B_2^m, B_3^m$  を求めることができ、これを用いて(10)~(19)式とから30個のすべての未知数が求められる。ここでは FACOM-128 B の計算機を用いたが、その際ルーチンはパート I, パート II におけ、パート I では(5), (6)式の各領域における定数を計算しパンチアウト(テープ)するとともに、このテープを使用して各領域におけるモーメント  $\phi_j$  の係数を計算しパンチアウトした。パート II では(10)~(19)式の各3行3列のマトリックス要素をパンチアウトして全未知数の計算をし、それを用いて各領域中における熱中性子束分布の値を求めた。この場合命令ステップは約1,500で計算所要時間は約90分である。

### V. む す び

セル内部における熱中性子束分布の解析は炉内における中性子の増倍率をきめるのに必要な熱中性子利用率および拡散距離などのほか、セル内部の温度分布を知る上にも必要なことであるが、境界も多くまた各領域中における中性子吸収の度も大幅に異なるため、中性子の各

瞬間の速度ベクトルを考慮に入れた輸送理論による解析が必要となる。ここでは中空燃料を用いた黒鉛減速形非均質炉を対象とし、輸送理論による方程式を球面調和関数にて展開した  $P_3$  近似法を用いて、セル内部の熱中性子束分布を解析した。結果は第5図からわかるように、拡散理論による解析に比べて分布のひずみが多いことがわかる。これはたとえば燃料棒中の熱中性子束分布が、拡散理論の際には、 $\phi = A I_0(rx) + B K_0(rx)$  にて示されるのに対し、 $P_3$  近似による場合には  $\phi = A_1 I_0(r_1 x) + A_2 I_0(r_2 x) + B_1 K_0(r_1 x) + B_2 K_0(r_2 x)$  の四つの項の和にて示されているためである。したがって拡散理論によってセル内の熱中性子束分布を計算する際には、補正された  $r$  を使用しなければならない。またここでは  $P_3$  近似法の計算機による具体的解法についても述べたが、FACOM による計算に対していろいろのご援助下さった計算センタ菊地豊彦氏に深く感謝する次第である。

#### 付 録 記号の意味

- $\phi$  : 中性子束密度
  - $\Sigma_T, \Sigma_s$  : 巨視的全断面積および散乱断面積
  - $\bar{r}, \bar{\Omega}$  : 中性子の位置ベクトルおよび方向ベクトル
  - $S$  : 中性子源
  - $P_n^m$  : ルジャントル関数の陪関数
  - $x = \sum_T \times r$
  - $1/l_a = \Sigma_a$  (巨視的全吸収断面積)
- サフィックス  $u, s, c, m$  はそれぞれウラン, 被覆材, エアギャップ, 減速材を示す。

#### 参考文献

- (1) J.H. Tait : The Calculation of the Fine Structure of the Thermal Neutron Flux in a Pile, by the Spherical Harmonics Method p 433 Geneva Conference (1955)
- (2) J.W. Weil : Neutron flux distribution calculations using the P-3 spherical harmonics methods KAPL-1173 July, 1954



\*本誌に記載されている会社名および製品名は、それぞれの会社が所有する  
商標または登録商標である場合があります。