

→ D → 最近のドイツ技術

ターボマシンにおける境界層理論の適用 (I)

Application of Boundary Layer Theory in Turbomachinery (I)

ターボマシンの流体力学の問題は19世紀においては、主に経験によって取り扱われていた。流体機械は高度の発展を遂げたが同時に、ターボマシンをさらに発展させるには流体物理的な過程を、より深く理解しなければならないことが、近代になって認識された。現在、ターボマシン内の流れの問題を解決するために系統的な実験と理論とが良く一致するように努力が払われている。

軸流機械では流れの問題の核心として動翼または静翼の同心円上の断面を展開したいわゆる翼列なるものを考える。

長期間にわたり、オイラーの流線理論が翼列を通る非常に複雑な流れの計算のための唯一の指針であった。この理論は厚みが非常に薄く非常にピッチのつまっている翼群では、流れは翼に一致しているという考えに基づいている。この古典的なオイラーの理論を拡張するための努力が払われ、近代になり四つの主要研究が注目されている。

(1) C. Pfleiderer による角超過の理論は、翼と一致した流れとの違いを実験式によりあらわそうとしたものである。この理論は密に列べられた翼列(小さな節弦比)に対しての近似理論である。

(2) これに対して A. Betz は理論的に考察する糸口として飛行翼理論を選んだ。彼は翼列を通る流れと単独翼のまわりの流れとの違いを近似的に求めようと試みた。この際、流れに摩擦を伴わないと仮定した。この理論はピッチの大きい翼列に対して近似できるものである。實際上、特に重要である中位のピッチの翼列では上述の二つの理論はかなり不確実なものである。

広範な翼列の実験的研究が英国において第二次世界大戦以来、航空ジェットエンジンの切なる要求により行なわれた [A.R. Howell]。(3) この際、これらの研究の目的は広範囲な研究結果からガスタービンの翼の設計に一般的に使用可能な実験式を導くことであった。

これに対して翼列を通る流れを深く理解するために著者により、境界層理論を利用する方法が打ちだされた。(4), (5), (6) 航空力学においては約20年前から翼理論を境界層理論と結びつけて飛行翼のすべての空力学的係数を計算している。この境界層理論を用いた計算法を翼列へ適用することにより初めて、翼列に働く力と転向角はもちろん、

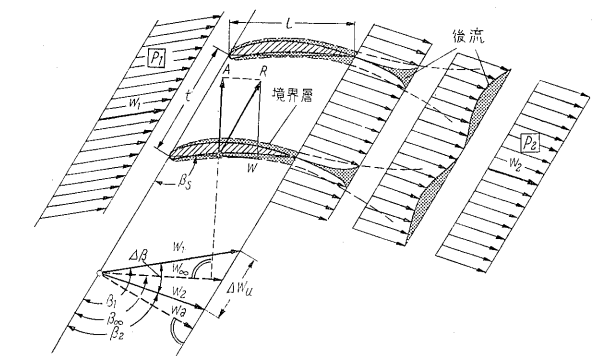
流れの損失および効率をもあらかじめ計算することができるようになった。

この最後の方法を使えば、実験は単に理論的結果の確かさを数個の点で立証すればよいことになる。したがって、実験費用は非常に軽減される。さらにこの理論的方法は流れの過程の内部状態の理解を助け、これによって改善策がでてくる。この境界層理論を用いた翼列研究の方法と結果の概要を説明する。(この重要な研究はシーメンス社の援助により Braunschweig 工業大学 流体研究所で行なわれた)。

I. 直線翼列の空力性能の計算

1. 翼列係数

次に、第1図に示すような翼列を通る二次元、非圧縮性の流れについて考えてみよう。翼列無限前方および無



		翼列入口	翼列出口
速	度	w_1	w_2
方	向	β_1	β_2
静	圧	p_1	p_2
全	圧	q_1	q_2

第1図 翼列を過ぎる摩擦を伴う流れ

Fig. 1. Viscous flow through on two dimensional cascade

限後方では流れは均一でありその速度、風向、静圧をそれぞれ、 w_1, β_1, p_1 および w_2, β_2, p_2 とする。このように翼列は流れの角度を変えるものであり、転向角

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 \dots \dots \dots (1)$$

あるいは、周方向の速度成分 Δw_u を与える。

流れの入口、出口の角度 β_1, β_2 , 軸流速度 w_a , 加えられた円周速度成分 Δw_u との間には次の関係がある。

$$\frac{\Delta w_u}{w_a} = \delta_u = \cot \beta_2 - \cot \beta_1 \dots\dots\dots(2)$$

この δ_u が無次元であらわしたいいわゆる「転向係数」である。摩擦のない流体では、全圧 $g = p + \frac{\rho}{2} w^2$ は流れの全領域にわたり一定、すなわち $g_1 = g_2$ である。摩擦を伴う流体では、これに反して翼列を通る流れは、実用上常に発生するように翼列のレイノルズ数が充分大きければ「境界層特性」を持つようになる。翼の両側の境界層は第1図に示すように翼の後に後流を生ずる。翼列を通る摩擦を伴った流れのエネルギー損失をあらわす最も簡単な方法は全圧損失

$$\Delta g = g_1 - g_2 \dots\dots\dots(3)$$

の形である。ここで g_1 は翼列前の全圧であり、 g_2 は翼列より後方にずっと離れた点の均一な流れにおける全圧である。翼列の無次元損失係数を次のようにあらわす。

$$\zeta_v = \frac{\Delta g}{\frac{\rho}{2} w_a^2} = \frac{\text{全圧損失}}{\text{軸流速の動圧}} \dots\dots\dots(4)$$

二次元翼列に対してこの損失係数 ζ_v を式(2)の転向係数 δ_u と関係づけてあらわすと便利である。

摩擦を伴う流れで二次元翼列の空気力学的性能を示す他の方法は単独翼の場合と同様に揚力係数 C_A 、抗力係数 C_W であらわすことである。揚力と抗力を無次元化した値は次のように定義される。

$$A = C_A h \frac{\rho}{2} w_\infty^2 \dots\dots\dots(5)$$

$$W = C_W h \frac{\rho}{2} w_\infty^2 \dots\dots\dots(6)$$

ここで h は翼高さ、 w_∞ は第1図に示すように入力、出口速度のベクトル平均である。

翼列に境界層理論を適用した最も重要な成果は、損失係数 ζ_v 、転向係数 δ_u 、入口角 β_1 および翼列の全幾何学的要素との間の関連を計算できることである。特に実用上いわれる「最適翼列」が重要である。このような翼列ではできるだけ大きな転向角を有し、しかも損失が少ないことが望まれる。後述するように、このような翼列は常に流れの剥離と密接な関係がある。

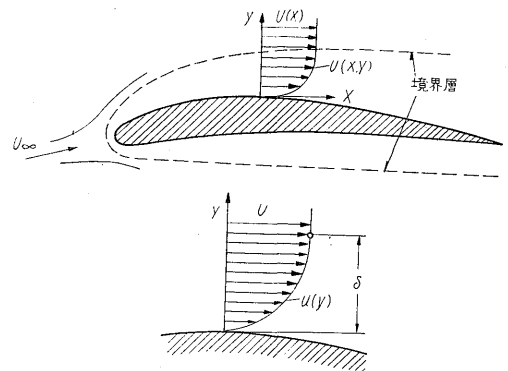
翼列の損失係数ならびに他の空力特性値の理論計算は、翼表面に沿っての境界層および翼後流の計算を必要とする。境界層を計算するためには、翼列を通る摩擦のない流れ(ポテンシャル流れ)を理解し、翼表面に沿う速度分布を知る必要がある。これに対し近代になり便利な計算方法ができたが、ここではそれに触れないことにする。⁽⁷⁾

境界層の計算に当たって流れは乱流に限るものとす

る。というのは多段ターボマシンにおいては一般に流れは乱れているからである。

2. 境界層の計算

翼列中の一つの翼についての境界層の計算は単独翼と同じ方法で行なわれる。第2図に単独翼に対しての境界層を示している。ここで座標は x 軸を翼表面に沿って、 y 軸をそれに直角にとる。さらに $U(x)$ はポテンシャル理論により計算した翼形に沿っての速度分布、 $u(x, y)$ は境界層内の速度分布である。



$U(x)$: ポテンシャル理論による速度
 $u(x, y)$: 境界層内の速度分布 δ : 境界層厚み
 第2図 飛行翼の境界層

Fig. 2. Boundary layer of airfoil section

乱流境界層の計算はいまだに運動方程式とエネルギー法則に基づいたなかば実験的な近似法を用いる。翼列に対する乱流境界層の多くの計算法のうちから E. Truckenbrodt のものを採用する。⁽⁸⁾ (また H. Schlichtung Kap. XXII). 運動方程式およびエネルギー式は非圧縮性の流れでは平板の境界層に対して次のように書ける。

$$\text{運動方程式: } \frac{d}{dx} (\rho U^2) + \delta^* U \frac{dU}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho} \dots\dots\dots(7)$$

$$\text{エネルギー式: } \frac{d}{dx} (\delta^{**} U^3) = 2 \int_0^\delta \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} dy \dots\dots\dots(8)$$

ここで $\tau(y)$ は境界層における乱流せん断応力、 τ_0 は壁におけるせん断応力をあらわす。この二つの方程式は次の三つの境界層厚みを含んでいる。

$$\text{排除厚さ } \delta^* U = \int_0^\delta (U - u) dy \dots\dots\dots(9)$$

$$\text{運動量損失厚さ } \delta U^2 = \int_0^\delta u(U - u) dy \dots\dots\dots(10)$$

エネルギー損失厚さ

$$\delta^{**} U^3 = \int_0^\delta u(U^2 - u^2) dy \dots\dots\dots(11)$$

乱流境界層の剥離は次の二つの形状パラメータにより決められる。

$$H = \frac{\delta^*}{g} \quad \text{および} \quad H = \frac{\delta^{**}}{g} \quad \dots\dots(12)$$

剥離条件は次のように書ける。

$$H \geq 2.0 \quad \text{または} \quad H \leq 1.57 \dots\dots(13)$$

式(7)において壁におけるせん断応力と式(8)における乱流のエネルギー消散は次の実験式により与えられる。

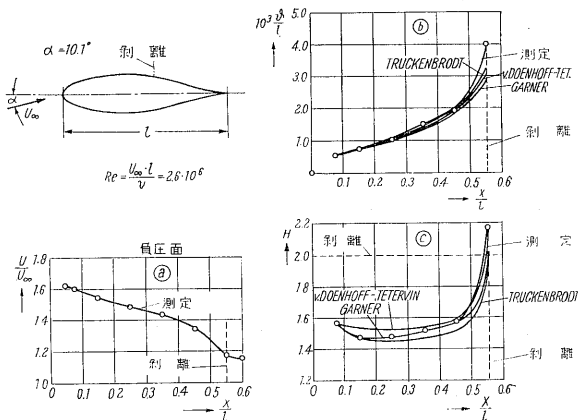
$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = \frac{\alpha}{Re_\delta^{1/4}} \quad \text{ここで} \quad \alpha = 0.012 \dots\dots(14)$$

また

$$\frac{1}{\rho U^3} \int_0^\delta \tau \frac{\partial u}{\partial y} dy = \frac{\beta}{Re_\delta^{1/4}} \quad \text{ここで} \quad \beta = 0.0013 \dots\dots(15)$$

ここで $Re_\delta = U g / \nu$ は運動量損失厚さで以て代表されるレイノルズ数である。

二つの基本式(7)と(8)は簡単な求積法によって解くことができ、翼形の回りの運動量損失厚さ g と形状パラメータ H の分布を求めることができる。乱流境界層計算の詳細についてはここでは立ち入らない。これらは E. Truckenbrodt⁽⁸⁾, L. Speidel, N. Scholz⁽⁹⁾ により詳細に説明されている。



- a. ポテンシャル理論による速度分布 $U(x)$
- b. 運動量損失厚さ δ
- c. 式(12)による形状係数 H

第3図 飛行翼負圧面の乱流境界層の計算例で各著者の理論と測定を比較している

Fig. 3. Example for calculation of turbulent boundary layer on suction surface side of airfoil section. Comparison between theory and measurements; Theory by different authors

飛行翼の負圧面に対するこのような乱流境界層の計算結果を第3図に示している。計算と実験とは良く一致している。翼形のまわりの形状パラメータの分布は剥離点の計算にのみ使われる。

II. 境界層理論による翼列性能の計算

直線翼列の転向係数はポテンシャル流れの理論によ

てかなり正確に計算できるが、損失係数は摩擦を伴う流れの理論からしか計算できない。翼列を通る流れの損失は剥離のない境界層の損失、剥離のあるときはそれによる付加損失、および後流の乱れの混合による損失から成る。後続の章での結果もこの三つを考へてある。またここでも計算の詳細には立ち入らないで、L. Speidel⁽⁹⁾の重要な式のみを引用するにとどめる。損失係数については

$$\zeta_v = \frac{2\theta}{\sin^2 \beta_{2Korr}} \dots\dots(16)$$

また、転向係数に対しては

$$\delta_u = (1 + \Delta^* - \theta) \cot \beta_{2Korr} - \cot \beta_1 \dots\dots(17)$$

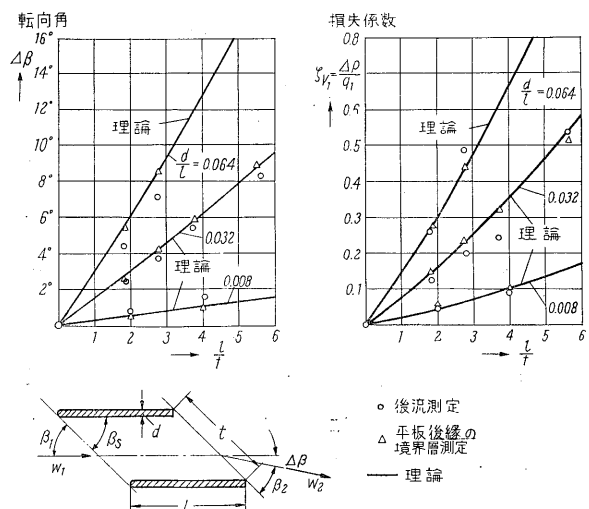
ここで θ と Δ^* は無次元の運動量損失厚さ、および排除厚さと考えられ、それらは式(18)と(19)により翼後縁におけるそれぞれの値から求められる。すなわち g_H と δ_H^* は負圧面(S)および圧力面(D)の後縁における運動量損失厚さ、および排除厚さである。

$$\theta = \frac{g_{HS} + g_{HD}}{t \sin \beta_{2Korr}} \dots\dots(18)$$

$$\Delta^* = \frac{\delta_{HS}^* + \delta_{HD}^*}{t \sin \beta_{2Korr}} \dots\dots(19)$$

ここで β_{2Korr} は境界層が流出流に及ぼす影響を考慮して修正したものである。

式(16)~(19)は翼に剥離が起らない場合には無条件に使える。後に明らかにするように最適翼列では流れが翼の周りのある部分に剥離を起こしている。このような



a : 転向角 $\Delta\beta$ b : 損失係数 $\zeta_{v1} = \Delta p / \left(\frac{\rho}{2} W_1^2 \right)$

第4図 平板二次元翼列を通る流れの摩擦の影響 (K. Gersten⁽¹¹⁾) 食い違い角 $\beta_s = 45^\circ$, レイノルズ数 $Re_1 = w_1 l / \nu = 5 \times 10^5$

Fig. 4. Influence of viscosity on two dimensional flow through cascades of flat plates

場合には損失係数は剥離による損失のために、さらに大きくなる。この付加損失が生じると剥離点のうしろでは翼の圧力分布はポテンシャル理論によるそれと異なってくる。L. Speidel はこの剥離による付加損失を概算している。これは付加運動量損失厚さ ϑ_A を求め、式(18)において $(\vartheta_{HS} + \vartheta_{HD})$ の和に加えなければならない。 ϑ_A は次の式で示される。

$$\vartheta_A = \frac{1}{2} \gamma_{dA} \left[\left(\frac{w_A}{w_{2Korr}} \right)^2 - 0.9 \right] \dots \dots \dots (20)$$

ここで γ_{dA} は剥離点における翼厚みの半分であり、 w_A はその点のポテンシャル理論による速度である。

翼列の損失係数の計算に当たって一般には難しい剥離の問題を等閑にすることはできない。しかし先に進む前に翼列を通る摩擦を伴う流れの剥離以外の全理論を含んだ簡単な例題をあげてみる。第4図に K. Gersten により平板翼列の結果が示され、ここでは流入速度 w_1 は平板に平行である。摩擦のない流れに対しては、この場合流れは転向もしないし、また圧力降下も起こらない。摩擦を伴う流れでは摩擦の影響で転向 $\Delta\beta$ と圧力降下 Δp が起こる。 $\Delta\beta$ と Δp は第4図に種々の厚み比 d/l に

ついて弦節比 l/t に対して示す。理論と実験は良く一致している。

次の章では剥離が重要な役割をする複雑な場合の損失係数の計算について述べる。(以下次号)

参考文献

- (1) Pfeleiderer, C.: Strömungsmaschinen 2. Auf 1. Springer-Verlag. Berlin. 1957
 - (2) Betz, A.: Ing.-Arch. 2 (1931) 359~371
 - (3) Howell, A.R.: ARC Rep and Momo 2095 (1942)
 - (4) Schlichting, H.: Grenzschicht-Theorie. 3. Aufl. Karlsruhe 1959
 - (5) Schlichting, H.: ZFW 1 (1953) 109~122
 - (6) Schlichting, H. u. Scholz. N.: Ing.-Arch. 19 (1951) 42~65
 - (7) Schlichting, H.: V.D.I. Forschungsheft 447 (1955)
 - (8) Truckenbrodt, E.: Ing.-Arch. 20 (1952) 211~228
 - (9) Speidel, L. u. Scholz. N.: V.D.I. Forschungsheft 464 (1957)
 - (10) Speidel, L.: Ing.-Arch. 22 (1954) 295~322
 - (11) Gersten, K.: Wiss. Ges. Bd. VII (1955) 93~99
- (原著者: Hermann Schlichting Simes Z. H 7. 1959)
 (訳者: 研究部機械研究課 高瀬謙次郎)
 ASME 1958年12月のニューヨーク大会の講演の要約

技術論文社外公表一覧

(昭和35年11月受付分) — その1 —

題 目	所 属	執 筆 者	発 表 機 関
設計段階における原価意識のあり方とその実際化	設 計 部	今井直次郎	マンナリー誌 昭25・10月号
原子力発電のはなし—6, 7, 8, 9, 10, 11—	設 計 部	明比通夫	現場技術誌自 昭35・12月 至 昭36・5月
静電気式集じん装置	設 部 計	古川徹也	熱管理技術講習会テキスト 昭35・11・11
送電系統の保護方式	綜合技術部	田岡博次	送電工学講座(単行本)送電系統 の保護方式 昭36・10月
ポンプの自動運転用機器	綜合技術部	永江正臣	水力機械の自動運転に関する講習 会予稿 昭35・11・22
化学用原子炉について	研 究 部	渡辺健三	FAPIG 誌第15号 昭35・12月
放射線源としての RI について	研 究 部	渡辺健三	FAPIG 誌第15号 昭35・12月
黒部川第四発電所第一第二号水車について	設 計 部	今井直次郎	電気公論誌 昭36・1月号
鉄鋼業における最近の制御	豊田工場	岸本行雄	自動制御誌第7巻第6号 昭35・11月号
セレン整流体の使い方	計 測 部	上田 明	テレビジョン・エイジ誌 昭35・12月号
単調増大応答プロセスの一次関数近似	研 究 部	吉江 充	昭36年4月総会学術講演会 昭36・4・4~7
立て軸五射ペルトン水車について	設 計 部	山田 始	オーム誌 昭36・1月号
放射線化学の分析への応用	研 究 部	佐倉武久	FAPIG 誌第15号 昭35・12月



*本誌に記載されている会社名および製品名は、それぞれの会社が所有する
商標または登録商標である場合があります。