

## 密閉形開閉設備 (VMH) の電界解析 (その 1)

## (三次元軸対称電界の電算化方法論序説)

## Electric Fields Analysis of Fully Insulated Metalclad Switchgear (Part1)

(An Introduction to Digital Computation of Fields  
in Axisymmetric 3-Space Dimensions)井 関 昇\* 西 野 誠 一\*  
Noboru Izeki Seiichi Nishino

## I. ま え が き

電力需要の稠密化と省力化との社会的要望に応じるものとして開発された密閉形開閉設備 (VMH) が次代の変電設備において重要な地位を占めるであろうことは明白である。この新設備の開発にあたって、絶縁設計がもっとも基本的な問題であることは次章でふれるとおりである。その基礎として精密な電界解析がぜひ必要である。われわれは電子計算機の使用によりこの問題を解決したので、その結果の一部を報告する。

他方、現代一般社会に一つの神話、現段階の電子計算機で技術計算のほとんどが可能である、という神話がある。これに対して電界計算一つをとっても現状の電算機の「低速度」に起因する種々の困難性があることを説明し、電算機本体 (ハード) と数値計算数学 (ソフト) とに対する認識の一助になれば幸いである。

## II. 密閉形開閉設備と三次元軸対称電界

## 1. 密閉形開閉設備の絶縁設計における特徴

## 1) 名称と定義

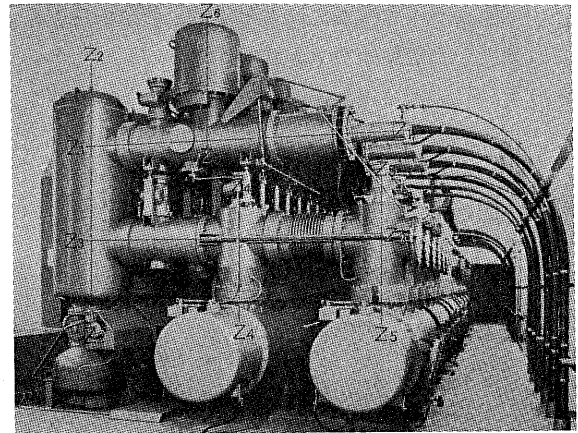
密閉形開閉設備は正確には、 $SF_6$  ガス全絶縁密閉開閉設備 (Voll isolierte Metalgekapselte Hochspannungsschaltanlage mit  $SF_6$ ) と称すべきであろう。すなわち高電位導体部分を中心において、全体を接地された金属ケースで密閉し、固体絶縁材料で支持し、空間は従来の大気に代り  $SF_6$  ガスを加圧充てんして絶縁する (第 1 図および第 2 図参照)。したがって VMH 使用上の効果として驚異的な寸法縮小による変電所用地費の低減、密封構造による耐汚損性能の完全化、それらの信頼性向上と組合せ方式 (Bau Stein 方式) とによる省力化、などが画期的に発揮される。

## 2) 絶縁設計における特徴

絶縁設計の点から VMH の特徴をみると下記の点などが代表的であろう。

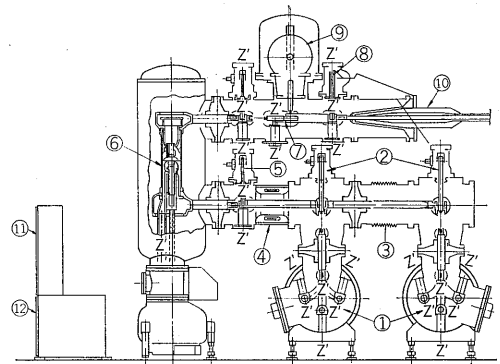
(1)  $SF_6$  ガスの高絶縁性<sup>(2)~(4)</sup>

圧力によって大気の数ないし十数倍の絶縁性能を有



第 1 図 密閉形開閉設備標準単位の基本対称軸 Z

Fig. 1. Fundamental axes Z of standard unit of VMH



- |            |                    |
|------------|--------------------|
| ① 母線       | ⑧ 接地開閉器 (短絡投入能力あり) |
| ② 直角形断路器   | ⑨ 計器用変圧器           |
| ③ 可撓接続管    | ⑩ ケーブルヘッド          |
| ④ 変流器      | ⑪ 監視制御盤            |
| ⑤ 作業用接地開閉器 | ⑫ 油圧操作器およびガス循環装置   |
| ⑥ シャ断器     |                    |
| ⑦ 直線形断路器   |                    |

第 2 図 密閉形開閉設備標準単位の近似対称軸 Z'

Fig. 2. Approximate axes Z' of standard unit of VMH

\* 中央研究所

し、密封技術やガス管理技術が充分であれば絶縁油に比して経済的にも保守上からもより好ましい絶縁媒体といえる。

(2) 固体絶縁材料の高電界中での使用<sup>(5)</sup>

上記によって寸法縮小された金属ケース内で導体を支えるためには必然的に高電界中でモールド品を使用することとなる。従来の高電圧機器に比して過酷な条件下でモールド品を安全に使用するためには、その基礎とし電界の精密な解析が必要である。

(3) 三次元軸対称電界

単に電界緩和のためのみでなく、SF<sub>6</sub>ガスを圧入する関係で構造設計上からもVMHは同軸構造をとることとなる。第1図は当社のVMHの標準配置であるが6本の基本対称軸を有する。また第2図はその断面であるが十数本の近似対称軸を有する。これらによりVMHの電界解析は大部分が三次元軸対称電界の問題に還元されることがわかる。

2. 三次元軸対称電界の特徴

1) 平面 (二次元) 近似の困難性

VMHの電界解析に当たって、最初に考えられることは軸を含んだ断面をそのまま二次元 (平面) としてとりあつかえないかという観点である。第1表はこうした見方でモデル電極について対称軸の有無により (三次元軸対称か二次元かにより) 最大の電位の傾き  $E_{max}$  がどのように変わるかを示したものである。両者の比は実用的な電極寸法において数十%から数百%と開き、二次元近似の困難性を示している。

もちろん、これらのケースを経験的に集積して一種の換算係数を求めることもできる<sup>(6)</sup>。しかし厳密な対応が困難なことやモデルケースのみしかとりあつかえないことなどの欠点を持っているので、少なくともVMHの精密解析には不適當である。

以上は含軸断面を直接近似する方法であるが、それを関数変換して二次元に退行させるという思想もある。しかし次章で詳述するようにやはり精密解析には程遠い方法である。

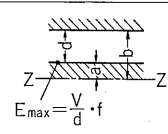
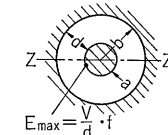
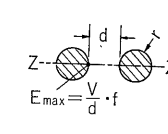
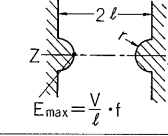
2) 三次元軸対称電界のラプラス方程式

電界解析にあたっては、方法としてアナログシュミレーション (マッピング) をとつてもデジタル計算 (電算) をとつてもまず基本式が必要である。

一般に電荷の在存しない静電界は電位  $V$  に関して  $\nabla^2 V = 0$  なるラプラス方程式が成立する。これを一般の三次元の場合に一般の曲線座標  $(u, v, w)$  で表示すると、 $h_i \neq 0$  なる測度係数の場合

$$\frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial V}{\partial u} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial v} \right) + \frac{\partial}{\partial w} \left( \frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial V}{\partial w} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

第1表 三次元軸対称電界と二次元 (平面) 電界との比  
Table 1. Ratios axisymmetric and plane electric fields

| 寸法比   | 対称軸有 $f_z$       | 対称軸無 $f_0$ | $f$ 比 $f_z/f_0$ |     |
|---|------------------|------------|-----------------|-----|
|  | $b/a$ 同軸円筒 平行平板  |            |                 |     |
|   | 2.5              | 1.6        | 1.0             | 1.6 |
|   | 5                | 2.5        | 1.0             | 2.5 |
|  | $b/a$ 同心球 同軸円筒   |            |                 |     |
|   | 2.5              | 2.5        | 1.6             | 1.5 |
|   | 5                | 5.0        | 2.5             | 2.0 |
|  | $d/r$ 球ギャップ 平行円筒 |            |                 |     |
|   | 2.5              | 2.0        | 1.4             | 1.4 |
|   | 5                | 3.3        | 1.8             | 1.9 |
|  | $l/r$ 対向半球 対向半円筒 |            |                 |     |
|   | 2.5              | 3.0        | 2.0             | 1.5 |
|   | 5                |            |                 |     |
| 10  |                  |            |                 |     |

となる。

三次元軸対称電界の場合には、円筒座標を使用し、 $(h_1=1, h_2=r, h_3=1)$  かつ軸対称の条件を入れると

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

となって、独立変数に関しては二次元に退行できる。

しかし、左辺第三項が存在するために以下に述べるように種々の問題が派生する。

3) 対称軸近傍および対称軸上のラプラス方程式

式(2)の第三項は  $r=0$  で特異点となるので対称軸近くではそのまま使用できない。

そのため、 $r \rightarrow 0$  なる軸近傍において不定形に関するロピタル (L'Hospital) の定理を使用して

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

と変形して使用するのが普通である。<sup>(7)(8)</sup>

しかしこれは数学的な意味での「近く」だけに使用できる定理であり、有限な大きさの格子網を使用するデジタルシュミレーションやデジタル計算に使用するのには危険である<sup>(7)</sup>と考える<sup>(8)</sup>。

VMHの電界計算に際しては、式(3)を使用せず  $r=0$  すなわち円筒座標系の軸上のラプラス方程式を導いた。

3. VMHの電界電算以外への三次元軸対称場の応用

1) 他の機器の電界解析

軸対称である電気機器は非常に多く、変電機器に限ってもしゃ断器、変成器、支持がいし、がい管などと枚挙にいとまがない。それらの静電界のみでなく、多少のくふうによりしゃ断器アーク空間、避雷器ギャップ、PD、コンデンサ形ブッシングなどの電界に応用できる。

単純モデル電極による基礎実験は、むしろ理論計算による方が望ましいが、実際機器を模擬した応用モデルに関しては電算機による方が確実であろう。

2) 電界以外への応用

式(2)を下記のように一般化する。

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{K}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial r} = 0 \dots\dots\dots(2')$$

ここで  $K$  は定数で、その値を適当に変えると応用面は非常にひろがる。

(1)  $K=1$  電界以外では、磁界、重力場、定常熱流、定常電流、定常理想流体などのポテンシャル。

(2)  $K=-1$  磁束、ストークスの流れ関数。

(3)  $K=-3$  応力

これに関しては多くの文献があるがここでは省略する。

### III. アナログシュミレーション

#### 1. 概 要

電界解析が 2 桁程度の精度で得られれば、それでも VMH の絶縁設計上は有効である。もし問題ごとのモデルが容易なアナログシュミレーション (マッピング等) ができるならば電算機を使用する必要はない。

この観点から電算機使用前にまず三次元軸対称問題をマッピングなどで解決できないかを検討した。以下にその結果を述べるが、説明の便宜上二次元問題についても簡単にふれる。なお、アナログシュミレーションを分布定数法と集中定数法に分類したが、これも便宜上採用したもので一般には使用されていない。

#### 2. 二次元問題

##### 1) 分布定数法

###### (1) 電 解 槽 法

もっとも古く、1875 年頃から行なわれている方法で、静電界を定常電流界でアナログする。誘電平面を電解液でおきかえ、誘電率の異なる場合は液の深さで模擬するのが普通である。

###### (2) 導 電 紙 法

上記の電解液の代わりに均質カーボン紙などを用いる方法であり簡便ではあるが誘電率の異なる場合を模擬するのが困難であり、また紙質の方向性に起因する誤差もある。

###### (3) 電解液含浸紙法

これは当社で開発した方法で、含水性の用紙を誘電率に比例して積層し、それに電解液を含浸させるものである。これにより電解槽法の欠点であるモデル製作の難点と境界面に発生する電流の垂直成分による誤差とを克服し、導電紙法と同程度の簡便さで複合誘電率平面を模擬できる。

#### 2) 集中定数法

##### (1) インピーダンス・ネットワーク法

模擬すべき平面を集中抵抗をベースとした単位インピーダンスの格子網回路に置きかえ、定常電流によってアナログする方法<sup>(7)</sup>であるがモデル回路の製作が経済的でなく、汎用化すれば通常の交流計算盤の数十〜数百倍の素子を必要とする。

モデルが複雑になることをいわずに平面領域を RC 分布定数素子でおきかえて結合することにより静的ポテンシャルと過渡状態との両者を模擬することもできる<sup>(12)</sup>。

##### (2) アナログ計算機による方法

汎用のアナログ計算機では、一つの独立変数を残して他を階差方程式で近似する。しかし精度を上げるためには、膨大な演算要素を必要とするので VMH の電界解析には適当な方法とはいえない。

#### 3. 三次元軸対称問題

##### 1) 傾斜電解槽法

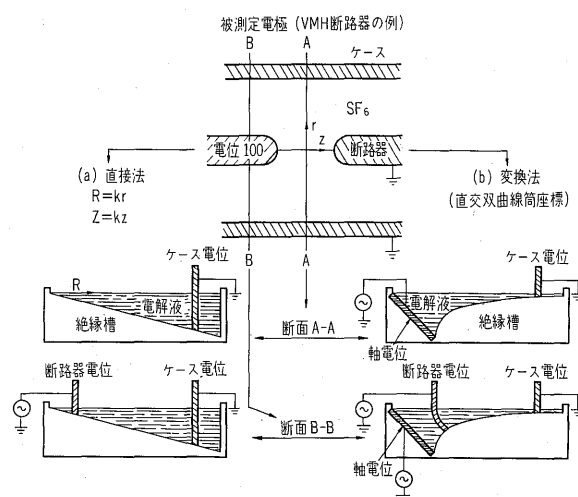
###### (1) 直 接 法

通常、電界槽法で三次元軸対称問題を解くには第 3 図 (a) のように電解液深さを半径に比例させて模擬させる。

これは古典的な方法で多くの実施例<sup>(14)</sup>があり、実際の空間のチーズ片状領域をアナログするわけで原理的にも明快である。しかしモデル製作のコストと時間は、二次元に比較して、さらに増大する。また精度に関しては各種の対策を行なっても数%の誤差を有し、さらに VMH のシャ断器・開閉器にとってもっとも重要な中心軸上の電位傾度測定は電解液深さが零となるので事実上測定が困難となる。

###### (2) 変 換 法

この対称軸近くの誤差を避けるために円筒座標を直交



第 3 図 傾斜電解槽法による三次元軸対称問題の解法  
Fig. 3. Electric tank analogues of axisymmetric problems

双曲線筒座標に変換してシュミレーションする方法<sup>(17)</sup>があり、わが国でもプラズマ磁界の解析に使用され、3%以下の誤差であることが報告<sup>(18)</sup>されている。

しかしプラズマ磁界の場合は2~3個のモデルで目的を達せられるが、VMHの場合には数十ないし数百個所の双曲底面モデル槽を製作しなくてはならず、実際上は不可能に近い。

2) 導電紙法

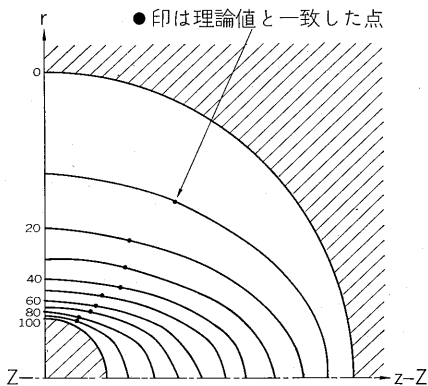
(1) 対数変換

もし、式(2)を変数変換  $u=u(r)$  によって変換して

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial u^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

の形で表現できれば  $u-z$  平面でマッピングを行ない、その結果から  $r=u^{-1}(u)$  の関係により  $r-z$  空間の値を求めればよい。事実一部では  $u=\log r$  の変換により三次元軸対称電界を導電紙法でマッピングする方法が提案されている。

しかし、著者らの検討によると第4図に示すように軸方向の電位の傾きが軸方向に変化する場合 ( $\partial^2 V / \partial z^2 \neq 0$  の場合) には誤った結果となることが判明した。VMHに関して電界解析が重要視される部分のほとんどは対称軸上で電極が対向している場合であり  $\partial^2 V / \partial z^2 \neq 0$  であるため対数変換法は使用できない。



第4図 対数変換による同心球の平面マッピング  
Fig. 4. Plane mapping of concentric sphere by logarithmic transformation

(2) 一般平面変換

著者らは一般的な変換  $u=u(r, z), v=v(r, z)$  によって上記の欠点を解決できないかを検討した。ここでは詳細を省略するが、逆にそのような変換が存在しないことが証明でき、念のために行なった近似変換でも同心球による理論値との照合は不具合であった。

(3) 一般曲面変換

・以上は変換後のマッピング面  $u-v$  が平面であることを前提にしている。しかしマッピングを曲面で行なうことも必ずしも困難ではない。たとえば電解液含浸紙法を

円弧面や円筒面で実施することは十分に現実性がある。また曲面上の定常電流に関する<sup>(19)</sup>二つの報告がある。

したがって式(2)を一般的な変換  $r=r(u, v), z=z(u, v)$  で変換し、変換したラプラス方程式を一般曲面  $X=X(u, v), Y=Y(u, v), Z=Z(u, v)$  でマッピングすることを検討した。詳細は省略するがやはり満足できる変換と曲面との組合せは存在しないように思われる。

3) その他の方法

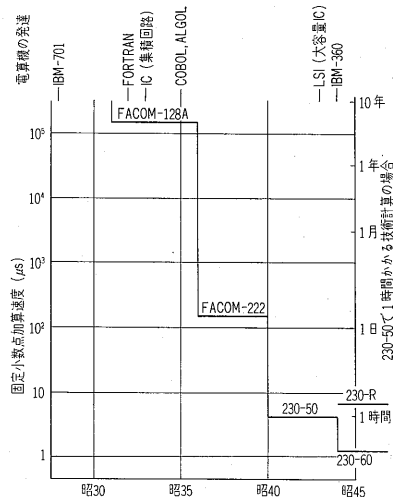
インピーダンス・ネットワーク法とアナログ計算機による方法とに関しては、二次元問題の解説で述べたように膨大な素子を必要とするので、VMHの電界解析に当たってはこれを避けた。もし可能性があるとすれば次回に述べるアメリカ流の有限要素法<sup>(21)</sup>か、ソビエト流の有限線分法<sup>(22)</sup>と結合したハイブリッド計算システムとして復帰すると思われる。

IV. デジタル計算機による電界計算の概観

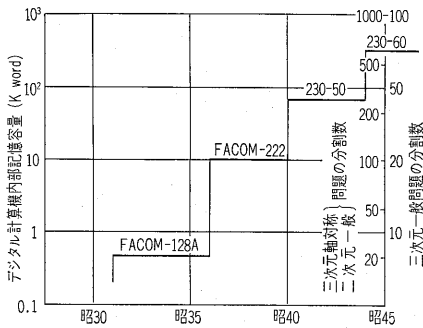
1. 過去におけるデジタル計算の限界

電子計算機の進歩についてはここであらためてふれる必要もないが偏微分方程式の数値計算という観点から計算速度についてふりかえてみると第5図のようになる。すなわち FACOM 230-50 または IBM 360-50 クラスで現在1時間かかる計算は10年前には数年間計算機を連続運転しなくてはならなかったということである。これは10年前には中精度の電界計算は不可能に近かったことを意味する。事実、10年前には常微分方程式でも多少複雑なものを高精度に計算しようとすると数日間を要し、プログラム内の乗除算個数を減らすくふうが必要であった。今日の電界電算についてはそれとまったく同じことがいえる。

次に精度の面について検討してみたものが第6図である。電界のような連続体現象のデジタル計算にあつ



第5図 デジタル計算機の計算速度  
Fig. 5. Speed of addition in digital computer



第 6 図 デジタル計算機の内部記憶容量と計算可能分割数

Fig.6, Relation between capacity of internal memory and number of mesh

ては、後述するようになんらかの方法で数値を離散化する必要があるので問題とする領域の座標軸を分割して格子網を設定する。仮にフォーサイス (G.E. Forsythe) によって各座標軸を  $10^2$  分割したものを中精度、 $10^3$  分割の場合を高精度と呼ぶことにしよう。第 6 図からわかるように 10 年前では中精度の計算も困難であった。

一例として円筒形原子炉の臨界計算を 13 年前に行なったものがある<sup>(23)</sup>。当時の国産リレー計算機では最大容量の ETL-MARK-II (FACOM 128 相当) で実施し、格子分割数 13 という場合でさえ、60 時間を必要とし、誤差は 1~5% であった。

2. デジタル計算機の現状と基本的な問題点

現状ではどの程度の電界計算が可能か。この問題を概念的に検討するために第 2 表のように見積った。格子点 1 点当たりの計算時間は三次元軸対称問題に関しては、6 回の乗算と 30 回の加算とを仮定した。全格子点  $N$  個を 1 回計算する反復計算時間は  $NT$  のほかに誤差の評価や計算係数 (後述する加速係数) の算出時間が必要であり、それらを含めて反復回数を  $10n$  回と仮定して見積った。この数字は多少の余裕があるのでシステム解析 (計算方法) とプログラムとの改良により数分の一には短縮できよう。

結論として概念的にいえることは

- (1) 三次元軸対称問題に関しては、かろうじて現在の電算機でなんとか解けるのではないか。
  - (2) 三次元一般問題は 1~2 桁以上計算時間を短縮する方法をハードまたはソフトのいずれかで開発しなくては電算機を利用しがたい。
- ということになる。

V. む す び

以上、述べたように密閉形開閉設備 (VMH) の電界解析については、高精度の三次元軸対称電界の計算が必要である。

これを実施する方法として、各種あるが、

第 2 表 FACOM 230-50 または IBM 360-50 による通常方式での電算概略時間  
Table 2. Time of computation by usual method with FACOM 230-50

| 電算ケース            | 必要記憶容量 (格子点数 $N$ ) | 1 点計算時間 ( $T \mu s$ ) | 1 反復計算時間 ( $NT$ ) | 全計算時間 ( $10n NT$ ) |         |
|------------------|--------------------|-----------------------|-------------------|--------------------|---------|
| (中精度計算) $n=10^2$ | 二次元一般              | $10^4$                | 200               | 2 秒                | 0.5 時間  |
|                  | 三次元軸対称             | $10^3$                | 300               | 3 秒                | 1 時間    |
|                  | 三次元一般              | $10^6$                | 300               | 5 分                | (3 日)   |
| (高精度計算) $n=10^3$ | 二次元一般              | $10^6$                | 200               | 3 分                | (1 月)   |
|                  | 三次元軸対称             | $10^9$                | 300               | 5 分                | (1.5 月) |
|                  | 三次元一般              | $10^9$                | 300               | 8 時間               | (10 年)  |

- (1) アナログシミュレーション (マッピング等) では不可能とまではいえないが、非常に困難である。特に、平面マッピングでは、VMH に関しては誤った結果となる。
  - (2) 電子計算機の進歩により、デジタル計算による解析が実施できる見込がたった。
- という二点がはっきりした。

次回には、電子計算機による偏微分方程式の各種の解法を系統的に紹介し、次いで、著者らが行なった密閉形開閉設備の電算結果の一部を報告したい。

参考文献

- (1) 岩下・岸田・西野：富士密閉形開閉設備 (VMH) 富士時報 43 No.3 (昭 45)
- (2) 井関・小原：ふっ素絶縁ガスの安定性 電学誌 88 1134 (昭 43)
- (3) 井関・小原：SF<sub>6</sub>ガスの特性と使用上の問題点 富士時報 42 No.3 (昭 44)
- (4) 井関・小原・芳賀・鋤柄：SF<sub>6</sub>ガスの諸特性と応用上の問題点 電学会連大シンポジウム S2-3 (昭 45)
- (5) 小原・元起：密閉形開閉設備用高電圧モールド品 富士時報 43 No.4 (昭 45)
- (6) T. Morva : ETZ-A 87 955 (1966)
- (7) Vitkovitch(edtr) : Field Analysis, Van Nostrand Co. 275 (1966)
- (8) J. T. Storey : IEEE Trans. EL-4, 23 (1969)
- (9) G. Shortley etal : J. Ap. Physics. 18, 116 (1947)
- (10) 井関・倉橋：電界分布の測定法 実公 昭 43-11742
- (11) 井関・倉橋：複合絶縁中の電位分布測定法 電学会連大 456 (昭 41)
- (12) 岡崎, 他：電学誌 81 1779 (昭 36)
- (13) 桑田, 他：三菱電機技報 43 335 (昭 44)
- (14) D. McDonald : PIEE Pt II. 100, 145 (1954)
- (15) 福沢：電学誌 79 437 (昭 34)
- (16) 佐藤, 他：電学誌 87 767 (昭 42)
- (17) W. L. Beaver : J. Appl. Phys. 28, 579 (1957)
- (18) 高田, 他：電学誌 89 547 (昭 44)
- (19) 荒又, 他：電学誌 87 1994 (昭 42)
- (20) Forsythe; Wasow : Finite-Difference Methods for Partial Differential Eq. John Wiley & Sons Inc. (1960)
- (21) 藤野：電学会 第 6 回プログラム専門委資料 (昭 44)
- (22) リュステルニク, 他：微分・積分方程式の近似解法 (筒井訳) 綜合図書 pp. 318 (昭 43)
- (23) 藤野：原子力発電 1 No. 4, p. 12 (昭 32)



\*本誌に記載されている会社名および製品名は、それぞれの会社が所有する  
商標または登録商標である場合があります。