UDC 621.165-253

圧縮機駆動用タービンの翼強度に関する新しい考え方

New Knowledge about the Stress in the Blade of the Steam turbine for Compressor Drive

I. まえがき

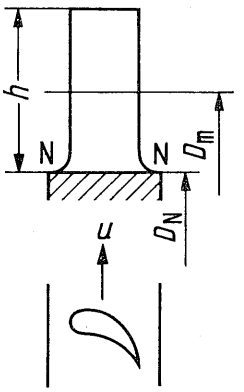
発電用工業タービンでは翼折損事故は皆無に等しいが，これに反して圧縮機駆動用タービンの翼折損は多くの文献や研究者と使用者との間の討議で報告されている．これらの事故の一部は蒸気流れによる励振振動数と翼振動数との共振，コロージョンによる強度低下そのほかの従来より知られている原因に帰することができないものである．圧縮機駆動用タービンに起こった一事故の調査の際，今まで注目されなかった翼折損の原因がみい出された。

タービン翼の応力を計算する場合，静的と動的な応力に分けることが重要である．静的応力とは一定回転速度および一定出力時に生ずる応力であり，これらは翼の遠心力により生ずる引張り応力と蒸気力により生ずる静的な曲げ応力である．動的応力は一般に翼の振動により生ずる繰り返えし応力であり，これを求めるにはまず固有振動数が設計時充分正確に求められ，そのとおり実際に製作されるということが問題となる．励振振動数，励振力および翼の減衰特性が分れば応力を推定することができる．励振力としては翼前後の圧力および速度分布の不均一が知られている．新しい知識によると翼の動的応力はこのほかに車軸系のねじり振動によっても誘起される。

II. 静的応力

静的な応力は比較的簡単に，特に以下に扱っている単独形円筒翼の場合，計算することができる．同時にほかの翼構造での応力差についても言及する．引張り応力は第1図の式(1)から計算される．引張り応力は翼形形状に関係しないことが注目される．第2図は比重量 7.85 g/cm³ をもつ材料に対する翼長と平均直径の比と平均直径上の周速度にする翼根元部での引張り応力を示す．翼先端に削出しまたはリベット式囲い輪を設けた場合，ないしは減衰針金を設けた場合には付加応力が生ずる．引張り応力はこの場合囲輪または減衰針金の遠心力による分だけ高くなる。

静的な曲げ応力の計算では翼前後の圧力および速度は周方向で一様であると仮定している．第一近似では平均直径上に働く力に基づいて計算する．第3図では P_u 周方向力を，P_n は軸方向力を示す．周方向力は翼列の回転

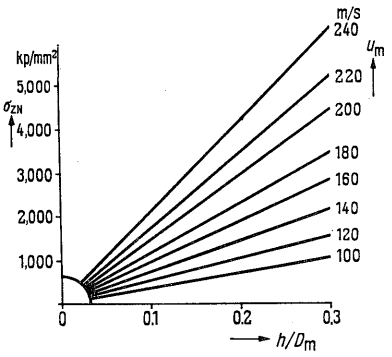


$$\sigma_{ZN}=2\,e\,u_m^2\,\frac{h}{D_m} \quad \cdots\cdots(1)$$

σ_{ZN}：翼根元部の引張り応力
e：翼材の比重量
u_m：平均径上の周速度
D_m：翼平均直径
h：翼　長

第1図　遠心力による翼根元部の引張り応力の計算

Fig. 1. Calculation of the tensile-stress at the blade's root caused by centrifugal force



σ_{ZN}：翼根元部の引張り応力
u_m：平均径上の周速度
h/D_m：翼長と平均直径との比

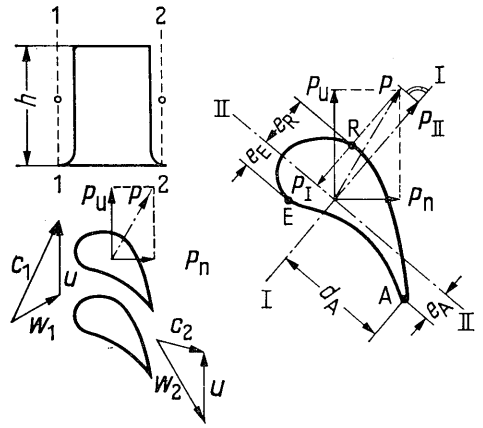
第2図　遠心力による引張り応力の計算線図

Fig. 2. Diagram for the calculation of the tensilestress caused by centrifugal force

モーメントと翼数から求まり，軸方向力は翼列前後の圧力および衝動力の差から求まる．この二つの力のベクトル和が合成力Pを与える．次にこの力を慣性主軸方向の成分に分解する．第3図の式（2a），(2b），(2c）により危険点での応力が計算される．最大応力は入口端または出口端に生ずる。

付加曲げ応力は翼のたおれ，またはその重心が翼重心軸とずれている囲輪により生ずる．なお，翼のたおれ，ないし囲輪の適切な変位により静的曲げ応力を減少させることもまた可能である。

遠心応力と曲げ応力のベクトル和は静的総応力 σ_m である．この値は一般に基本翼形に対し計算される．すなわち翼根元部の遷移半径rによる翼形の厚さ増大は考慮されていない（第4図）．翼から翼脚への断面急変個所には応力集中が生ずるがその推定は非常に重要である．翼根元部の理論形状係数は光弾性試験により求められる．実際に生ずる応力の計算では形状係数αは補正される．補正係数Kは一般に材料の強度，理論形状系数および遷



$$\sigma_I=\frac{P_I h d_x}{2I_I}\cdots\cdots(2\,a)\qquad \sigma_{II}=\frac{P_{II} h e_x}{2I_{II}}\cdots\cdots(2\,b)$$

$\sigma_b=\vec{\sigma_I}+\vec{\sigma_{II}}$　　c　蒸気の絶対速度

n：蒸気の相対速度　　u　周速度

P_u：周方向の蒸気力　　P_n　軸方向の蒸気力

P：蒸気力の合成力

P_I：慣性主軸Ⅰ—Ⅰに関する蒸気力の成分

P_{II}：慣性主軸Ⅱ—Ⅱに関する蒸気力の成分

e：慣性主軸Ⅱ—Ⅱからの翼形外辺までの最大距離　e_E 入口部，e_R 背部，e_A 出口部

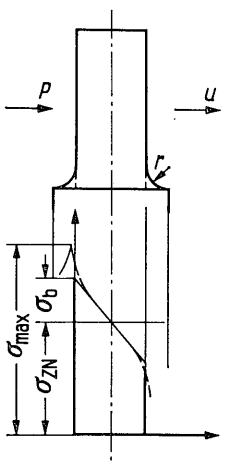
d：慣性主軸Ⅰ—Ⅰからの翼形外辺までの最大距離　d_E 入口部，d_R 背部，d_s 出口部

I_I：翼形の最小慣性モーメント　I_{II}翼形の最大慣性モーメント

e_x, d_x：両主軸に対する任意の点におけるそれぞれの距離

第 3 図　蒸気力による曲げ応力の計算

Fig. 3.　Calculction of the bending stress caused by steam force



σ_{ZN}：翼根元部の応力

σ_{max}：摩擦効果による最大応力

第 4 図
翼根元部断面の応力分布

Fig. 4.
Stress expiration in the section of bladeroots

移半径の絶対値によってきまる．実際，この値は $K\alpha=1.1\sim1.5$ である．それゆえ最大応力は次式で求まる。

$$\sigma_{m\max}=K\alpha(\sigma_Z+\sigma_b)\qquad\cdots\cdots(3)$$

この応力の実際の測定は一般にはなほ不可能である。

III.　翼の固有振動数の算出

単独形円筒翼は振動的には均一な質量をもつ一端固定の棒と等価である．その一次の理論固有振動数は次式で計算される。

$$\nu_{e1th}=\frac{0.56}{h^2}\sqrt{\frac{EI_{\min}}{ef}}\cdots\cdots(4)$$

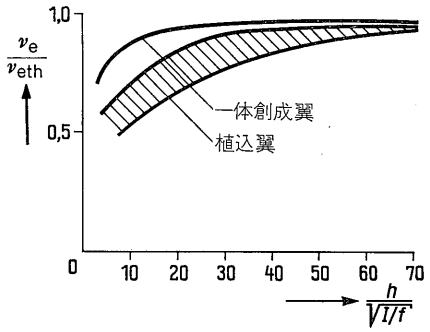
E：弾性系数

e：材料の比重量

$I_{\min}$：最小慣性モーメント

f：翼形断面積

この式はたわみによる若干の影響を無視しておりリジットクランプした場合にのみ有効である．この影響は翼振動数を正確に求めることが必要な場合にのみ考慮される．第 5 図はその差のオーダを示している．電解加工により車軸より創成された翼は一様なクランプと翼形の高



ν_e：実際の固有振動数

ν_{eth}：理論固有振動数

I　：翼形の断面二次モーメント

f　：翼形断面積

第 5 図　一体創成翼と植込翼の理論固有振動数より曲げ固有振動の振動数低下を求める線図

Fig. 5.　Diagram to estimate of the bending critical frequency from the theoritical value of generated and inserted blades

い精度のため非常に小さなばらつき範囲しかもたず，しかも運転中も変わらない．これに対し植込翼は不均一なクランプのために比較的大きな差を示す．比較的大きなばらつき範囲は翼と脚の仕上公差に起因し，運転中の変化も生じ得る．この影響はずんぐりした翼では特に大きい．上述の効果は二次の振動にも生ずる．単独円筒翼の二次振動数の理論値は次式で求められる。

$$\nu_{e2th}=\frac{3.5}{h^2}\sqrt{\frac{EI_{\min}}{ef}}\cdots\cdots(5)$$

囲輪，囲板およびつづり金は翼群に別の振動形を生じさせ，振動数を変化させる．同様に動翼では翼の遠心力が固有振動数を次の量だけ高める。

$$\Delta\nu^2_F=1.6\frac{r_m}{h}\left(\frac{n}{60}\right)^2\cdots\cdots(6)$$

ここで n は回転速度rpmを示す。

種々の影響を考慮して単独翼の固有振動数が計算される。

$$\text{動翼：}\nu_{La}=\sqrt{\nu^2_{eth}\left(\frac{\nu_e}{\nu_{eth}}\right)^2+\Delta\nu^2_F}\cdots\cdots(7\,a)$$

$$\text{静翼：}\nu_{Le}=\nu_{eth}\left(\frac{\nu_e}{\nu_{eth}}\right)\cdots\cdots(7\,b)$$

ここで ν_e/ν_{eth} は生じ得る振動数範囲を求めるために最大値および最小値を入れねばならない。

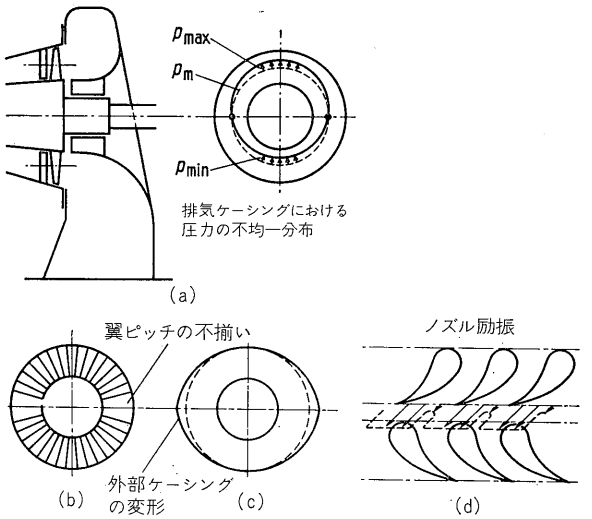
IV. 蒸気流れによる励振力とその振動数

励振力は周方向の不均一な圧力または速度分布によって生ずる．回転はく離は別として，その振動数が回転振動数の整数倍である不均一な励振について述べる。

第6図に励振力を生じさせる二三の例が示されている。

1) 排気ケーシング蒸気流出部の不均一圧力分布。

2) ケーシング合わせ部の静翼ピッチの欠陥



(a) 排気ケーシング蒸気流出部の不均一圧力分布
(b) ケーシング合せ部の静翼ピッチの不ぞろい
(c) ケーシング変形によるラジアル隙間の不均一とそれに伴う仕事量の不均一
(d) ノズルによる励振

第6図 蒸気流れによる励振の生ずる例

Fig. 6. Example for the causes of accelerate force by steam flow

3) ケーシング変形によるラジアル隙間の不均一とそれに伴う仕事量の不均一。

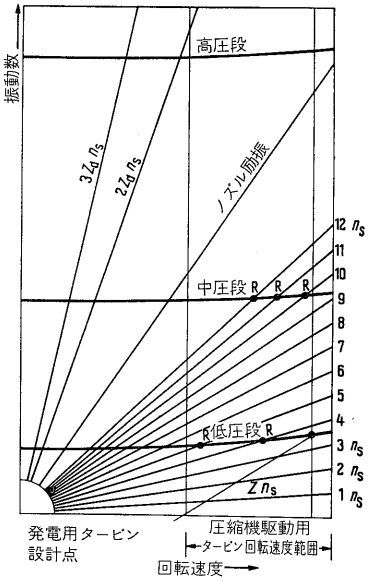
4) ノズルによる励振

回転中翼は一次，二次，三次，四次……の衝動を受ける．これらの励振振動数が翼の固有振動数と一致すると共振が生ずる．線図（第7図，キャンベル線図）上で生じうる共振が容易に求められる。

個々の放射線は回転振動数の倍数と励振振動数を示す．翼の固有振動数は太線で示す．共振点は励振振動数と固有振動数と交点で与えられる。

第7図から明らかなように一定回転速度のタービンでは運転時共振が生じないようにすることができる（たとえば発電用タービンの設計点）．ある回転速度の範囲で作動しなくてはならない圧縮機駆動用タービンでは共振はさけがたい．翼振動数が高ければ高いほど（たとえば中圧段）より多くの共振状態が生ずる。

経験によると励振力の大きさは回転振動数の倍数に関係することがわかっている．一次振動の励振を考える時には回転振動数の1倍から高々4倍値までの励振力を検



n：タービン回転速度　毎分
Z_d：前段の翼（ノズル）数
R：共振点
n_s：タービン回転速度　毎秒

第7図 蒸気流れによる励振振動数と翼固有振動数との共振を求めるキャンベル線図

Fig. 7. Cambell-diagram to estimate possible resonances of the blade's frequency with the accelerate frequency caused by steam flow

討する．一般に回転速度の5ないし6倍以上では特別の考慮を必要としないほど励振力は小さい．ここで抽気口または流入配管後にある翼については除外する．二次の振動に対してはたとえばノズル励振は外部ケーシングの変形（第6図c参照）の恐れのある場合には翼の先端部に励振力が働くことになるので危険となり得る。

V. 蒸気力により生ずる動的応力の計算

蒸気力による動的応力の計算は現在一般に経験にたよっている．この計算結果はただ推定値であり，許容値としては適切な余裕をつけなくてはならない。

計算基準のあるものでは許容曲げ応力に対する一定値がきめられるかまたは回転振動数の6倍までにまったく共振しないことが望まれている．かかる決め方は構造を考えていず，また適正でない価格の上昇を生じうる．それゆえ蒸気力による動的応力の推定をすることが必要である．動的応力を計算するための一つの実際に定評ある方法がすでに[1]紹介されている．これによると単独翼の共振時には次式が有効である。

$$\sigma_{a,b} = S\frac{\pi}{\delta} H_n \sigma_b \quad \cdots\cdots(8)$$

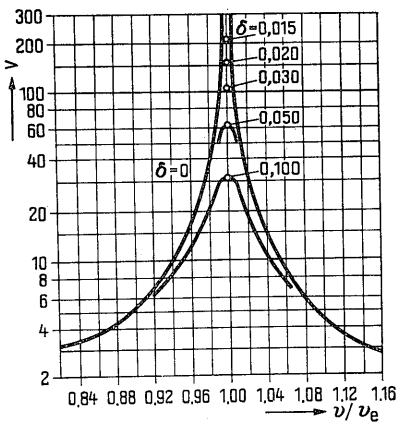
$\sigma_{a,b}$：蒸気力による励振による応力振幅
S：励振係数
δ：対数減衰率
H_n：振動形系数
σ_b：静的曲げ応力

この式で励振係数 S は静的曲げ応力を関数とする励振力を与える．これは蒸気力中の一様でない量に対する程度である。

対数減衰率 δ は減衰量を与える．減衰のない振動は共振時無限に大きな応力を生じさせることになるので応力を考える場合には減衰を考慮することは不可欠である。

振動形係数 H_n は一般に翼形状と振動形に関係する．円筒形翼では一次振動では 0.89 である．二次の振動ではその値は 0.081 であり基本振動の約1/10の値である．それゆえ二次の振動との共振は本来危険ではない．上述の値は翼長にそって一様な荷重分布が働く時のものである．しかし翼先端に点荷重が働く時には二次の振動に対する振動係数は大きくなり．この種の励振は更に調査されなくてはならない。

さていかなる方法で動的応力を減少できるかの問題が生ずる．筆者の知る限りにおいて，励振力についてあらかじめ正確に知ることはできない．それゆえ動的応力を減少させる実際的方法については，わずかにふれることができるだけである．振動形係数は一つの翼形状について一定であり動的応力は減衰と静的応力にのみ影響される．第８図は減衰の影響を示しており減衰が応力の減少に対する一つの非常に有効な手段であることがわかる。



δ：対数減衰率　　V：増幅比

第８図　励振振動数と翼の固有振動数との比と減衰から増幅比を求める線図

Fig. 8. Diagram to calculate the enlargement coefficient V from the accelerate frequency to the blade frequency and the dumping coefficient

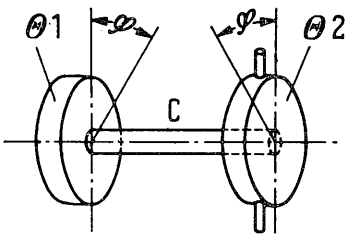
減衰を高めるために囲板または減衰針金付翼構造が有効であることが確かめられた．同一条件での測定では応力振幅は単独翼の1/5～1/10に下ることを示している。

曲げ応力もまた設計者の考えにより決められる．式(8)の残りの係数がわかっていれば，静的曲げ応力は翼形を大きくすることにより小さくすることができる．同時に翼長一定では固有振動数も変わる．しかし欠点としては，車軸の長さが決まっていれば翼段数が減少してしまうことである。

VI. クランプされている翼の励振による動的応力

新しい知識が五つの段数をもつ圧縮機駆動用 15MW 復水タービンの事故で得られた．事故原因調査ではその原因を蒸気力による励振，コロージョンによる曲げ繰り返えし強度の低下と材料不足に分けて考えた．軸系のねじり振動の測定から比較的大きいねじり振幅が特に圧縮機作動時軸系の高い振動数で生じていることがわかった．から回し運転時圧縮機軸端でのねじりの全振幅は 0.1° が測定された．圧縮機作動時にはねじり振幅は2.5°に増大した．これは前者の 25 倍である。

ねじり振動による励振の物理的経過と圧縮機駆動用タービンと発電用タービンとの振動挙動の差は次のように説明できる。

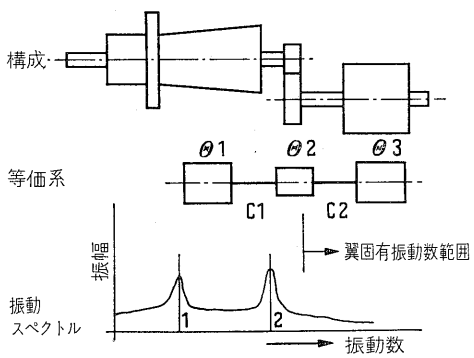


第９図　二つの回転質量をもつねじり振動

Fig. 9. Torsional vibration with two rotating masses

第９図はねじりばねをもつ２質量系を示す．質量１に衝撃が加わると系全体は励振され回有振動数で振動する．回転系のねじり固有振動数と質量２に植込まれた棒の曲げ固有振動数とが一致するすなわち共振すると棒は質量力により励振される。

タービン車軸，減速機および発電機またはタービン車軸と圧縮機軸からなる軸系はより多くのばねおよび質量をもつ同様な振動系である．中実タービン車軸をもつ発電用（第 10 図）では振動系は一般にタービン車軸，減



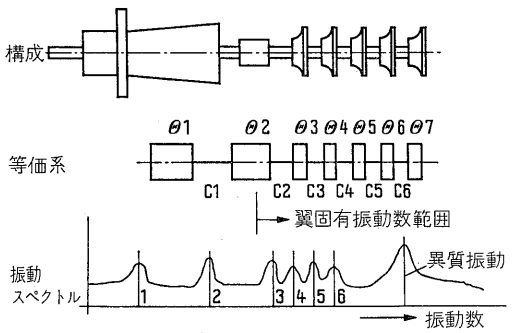
1，2：ねじり振動数
C1，C2：ねじりばね

第 10 図　タービン―減速機―発電機軸系，等価系およびその振動数スペクタクル

Fig. 10. Turbine-gear-generator rotorshaft system, equivalent system and its frequeney spectacle

速機，発電機の三つの質量からなる．ねじりばねはその軸端を形成する．中央の図は等価系を示しその下の図はかかる装置の典型的な振動スペクタルを示す．この場合，高いねじり振動は現われない。

圧縮機装置の場合にはもう一つの現象が考えられる．タービン車軸—継手—圧縮機軸のねじり振動系についての従来の解析法ではねじり振動によって翼が励振される恐れはないことになっていた．個々の圧縮機円盤の質量は各円盤間の軸剛さの割に大きく，かなり大きい振幅の高いねじり振動数が圧縮機の作動時に生ずることがある．第11図は5段圧縮機の回転系を示す．等価系は七つの質量と六つのねじりばねよりなっており，その典型的スペクタルは図の下に示されている。



1～6：ねじり固有振動数

第11図　タービン-圧縮機軸系，等価系および振動数スペクタクル

Fig. 11. Turbine-compressor rotorschaft system, equalent system and its frequency spectacle

圧縮機のサージングの振動数は一般に軸系のねじり振動数より低くそれゆえ共振に関しては危険はない．しかしサージング現象は系に一つの衝動を与える．これにより2質量系の前述の例においてと同様に同じ挙動を考えることができる．すなわちサージング現象により軸系がそのすべての固有振動数で共振する．さて，ねじり固有振動数の一つが翼の曲げ固有振動数と一致し共振し，翼によってタービン車軸の角振幅は大きな値になり，翼が励振される．単独翼では一次の曲げ振動の応力振幅は次式で計算される。

$$\sigma_{at}=\frac{17.3\,aeE\cos\alpha}{\delta h^2}\qquad\cdots\cdots(9)$$

σ_{at}：クランプ部の励振による応力振幅

a：翼の固有振動数にねじり部分振動が一致した時の翼脚の振幅

e：主慣性軸からの翼形の最大距離

α：周方向と振動方向との角度

コンピュータによる低次のねじり振動数の計算値は実測値とよく一致する．これに対しねじり振幅の正確な計算は現在なおむずかしい問題である．それゆえ設計者にはねじり振動数の範囲にある曲げ固有振動数をもつ翼では動的応力を低減させる特別な対策を考えるほかはない。

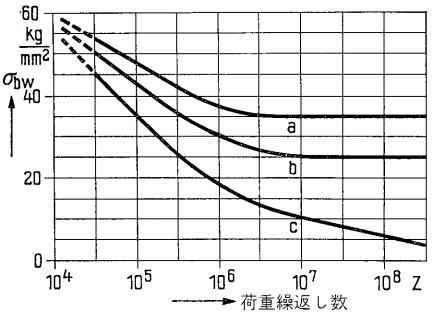
高次のねじり固有振動数を充分正確に求めることは難しいため振動を完全に調律することは不可能である．しかも高次のねじり固有振動数は互いに比較的接近しておりしかも翼の植込精度上からある振動範囲を許容せざるを得ないため共振しないという保証はない．そのほかに圧縮機の流体的力の励振によるねじり振動，たとえば圧縮機の各段の翼数と回転速度との積によるものとか圧縮機中の回転失速によるねじり振動はなほ充分な正確さをもってその強さとか振動数を求めることができない．式（9）からこの種の応力に対しても追加減衰は非常に効果的であることがわかる．それゆえ，ここでもまた蒸気力による動的応力に対してと同じ対策が有効である．純粋に静的な考え方からもまた，圧縮機駆動用タービンではねじり振動による励振の可能性があることが実証された．今日までその原因がわからなかった事故はいわゆる調律しない翼，すなわちその固有振動数が回転ヘルツの6倍以上にある翼にも生じた．発電用タービンでも同じ計算法を使用しているので一定回転速度であるからたとえば回転振動数の10または11倍との連続した共振が生ずることがあり得る．しかしこの現象にもとずく事故をわれわれは経験していない．これに対し圧縮機駆動用タービンの場合にはこの範囲では可変回転速度のため一時的にのみ共振する．蒸気流れによる励振力は発電用タービンより大きいということはない．それゆえ，圧縮機駆動用タービンではこの種の事故に対する別の原因を追求されなくてはならない。

VII. 応力の評価

静的応力の計算ミスによる事故は今日ではもはや考えられない．それゆえ最大の着眼点は曲げ繰り返えし応力に置かれなくてはならない。

疲れ破損の安全の評価のためにヴェーラ線図および疲労強度線図の考えが一般に使用されている．第12図は翼材のヴェーラ線図を示す．ここでパラメータa，b，cは翼のふんい気の影響を示す．空気および復水（NaClを含まない）の場合には曲げ繰り返えし強度は10^7回の繰り返えし数以上で一定値になることがわかる．これに反し蒸気中にNaClを含む場合には一定値がない．疲労繰り返えし強度は応力繰り返えし数が多くなると小さくなり，それゆえNaClを含む蒸気では事故はさけがたい．曲げ繰り返えし応力を低くすることは一つの確実ではあるが，まえもって計算できるほどの寿命の延長は期待できない。

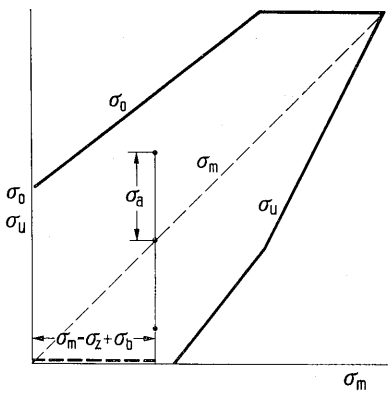
これらの線図を使う場合には，翼と翼脚との遷移部の半径，翼の表面仕上および絶対寸法が考慮される．最後



σ_{bW} ：　　翼ふんい気の種類
a：空気　b：復水　c：復水 (NaCl を含む)

第 12 図　種々のふんい気中の翼材の疲労線図

Fig. 12. Wehler diagram for a blade material under various atomospheres



σ_0：応力上限値　　σ_u：応力下限値

第 13 図　スミス線図

Fig. 13. Smith-diagram

のものは大きな翼形の場合のみ，相似則の有効性が失われるので決定的な意味をもつ。

またスミスによる疲労強度線図（第 13 図）には翼形の疲れ曲げ繰り返えし強度に対する上限値 σ_0 および下限値 σ_u が基準応力に対し記載されている．次式

$$\sigma_{0vorh}=(\sigma_z+\sigma_b)+\sigma_a \cdots\cdots (10)$$

から上限値 σ_{ovorh} を求め基準応力 $\sigma_m=\sigma_z+\sigma_b$ の処に記入する．疲労曲げ繰り返えし強度 σ_0 と比較し二つの値の差が余裕を示す。

参考文献

(1) Traupel, W: Thermische Turbomachinen Bandz Berlin Heiderberg New York: Springer-Verlag 1968.

（原文　Rudolf Wickl: Neue Erkenntenisse über Beanspruchungen der Beschawfelung von Kompressor Antriebsturbinen.
Siemens-Z. 44 (1970) Heft 6. Seit 380～386
訳者　川崎工場原動機部　西島捷二）

技術論文社外公表一覧

題目	所属	氏名	発表機関
計算制御システムの基礎知識 アプリケーションウェアの考え方	制技・計算制御部	畠山　純一	熱管理におけるコンピュータシステム特別セミナー（講演） 2月16日 北海道熱管理協会
原子力発電装置（ガス冷却形）	電力・原子力技術部	山田　正夫	図説日本産業大系誌第3巻 2月20日 産業教育協会
英国の火力，原子力プラントの DIRECT HEATER について	電力・原子力技術部	池沢　千秋	FAPIG 誌 第60号 2月27日 第一原子力産業グループ
自動分析システム	制技・計算制御部	木口　和郎	〔省力化計画〕ガイドブック 2月 労務管理研究会
高周波誘電加熱による中子乾燥について	二工・技術部	十河　吉昭	綜合鋳物誌 2月号 綜合鋳物センター
最近の展開接続図の傾向	制技・系統技術部	四十万　稔	電気計算誌 増刊号 第39巻 第5号 3月20日 電気書院
ガス炉用冷却材の諸問題	電力・原子力技術部	城　宏	原子力工業誌 3月号 日刊工業新聞社
キュービクル式高圧受電設備用主開閉装置について	川崎工場	大森　豊明	電気評論誌 3月号 電気評論社
流量測定器と送受量および計器の選定と取付の実際	計測・技術部	中川　俊郎	図説電気誌 3月号 電気書院
産業設備に用いられるテレメータリングの最新技術	制技・系統技術部	藤森　学	電気計算誌 4月号 電気書院

＊本誌に記載されている会社名および製品名は，それぞれの会社が所有する
商標または登録商標である場合があります。